



**UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSTGRADO
CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ
“DR. BERNARDO LOMBARDO”**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN DOCENCIA SUPERIOR**

***APLICACIÓN DEL MÉTODO DE APRENDIZAJE COOPERATIVO EN
MATEMÁTICA: PRIMER AÑO DE LICENCIATURA EN ADMINISTRACIÓN DE
EMPRESAS DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ***

Por:
NIVIA GORDÓN DE HIM

Tesis presentada como uno de los
requisitos para optar al grado de
magistra en Docencia Superior.

Panamá, República de Panamá
2005

Penonomé 13 de Septiembre 2001

Profesora:
Nivia de Him
Estudiante de Maestría en Docencia Superior.
E . S. M.

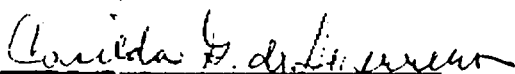
Respetada Profesora:

Atendiendo a normativa de inscripción de tesis de Maestría en Docencia Superior, remito copia del anteproyecto con su respectivo código.

Título de Tesis
Aplicación del Método de Aprendizaje
Cooperativo en Matemáticas:
I Año de Licenciatura en Administración
De Empresas CRU de Coclé, I Semestre 2001.

Código
327-06-252-02-01-03

Atentamente,



Casilda de Herrera
Coordinadora del Programa de
Maestría en Docencia Superior.
Universidad de Panamá- Sede Coclé.

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a los seres que más amo en este mundo:

A mis hijas Shey Ling y Lay Ling.

A mi esposo Ernesto.

A todos mis hermanos, hermanas y demás familiares.

AGRADECIMIENTO

**“Confía en Dios de todo corazón y no te apoyes en tu propia inteligencia; reconócele en todos tus caminos y Él enderezará tus sendas”.
Proverbios 3: 5-6.**

Ante todo a Dios nuestro padre, quien es la fuente de luz a mis pensamientos y guía de mis senderos.

A mi esposo e hijas, familiares y amigos que de una u otra forma contribuyeron con la realización de este trabajo.

De manera muy especial deseo expresa mi agradecimiento y mi eterna gratitud a la Licenciada Olivia Morán N. Quien me brindó todo su tiempo, conocimientos y experiencias.

ÍNDICE

Página.

DEDICATORIA

AGRADECIMIENTO

RESUMEN	i
INTRODUCCIÓN	iii

CAPÍTULO I

ASPECTOS GENERALES	1
1. Antecedentes del problema	2
2. Planteamiento del problema	7
3. Objetivos	8
4. Justificación	9

CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS TEÓRICOS	15
1. Teorías de aprendizaje	16
1.1. Conductismo	17
1.2. Paso del conductismo al cognoscitivismo	20
1.3. Cognitivismo	22
2. Teoría o corriente socio cultural de Lev S. Vygotski	25
2.1. La obra de Vygotski	25
2.2. Los procesos sociales	27
2.3. Instrumentos de mediación	30
2.4. Lenguaje y pensamiento	34
2.5. Las funciones psíquicas superiores	36
2.5.1. La formación de conceptos	38
2.6. Aprendizaje y desarrollo	44
2.6.1. Aprendizaje cooperativo	47
3. Procesos didácticos	49
3.1. Proceso de heteroestructuración	50
3.2. Proceso de auto e interestructuración	51
3.3. Proceso de interacción y socioestructuración	52
4. Métodos didácticos	54
4.1. Método de aprendizaje cooperativo	56
5. El proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática y su relación con el aprendizaje cooperativo.	77

CAPÍTULO III	
ASPECTOS METODOLÓGICOS.....	81
1. Tipos de estudio	82
2. Formulación de hipótesis	82
3. Definición operacional de variables	83
4. Sujetos de estudio	90
5. Técnica e instrumentos	91
6. Diseño de investigación	92
7. Procedimiento	94
7.1. Aplicación de los métodos didácticos	96
 CAPÍTULO IV	
ANÁLISIS DE RESULTADOS	105
 CAPÍTULO V	
CONCLUSIONES	
RECOMENDACIONES	
PROPUESTA DE CAPACITACIÓN	147
BIBLIOGRAFÍA	157
ANEXOS	164

INDICE DE CUADROS

Cuadro	Pág.
1. Resultados de la encuesta grupo control.....	106
2. Variable: Actitud hacia la matemática grupo control	107
3. Resultados de la Prueba N° 1: grupo control	109
4. Resultados de la Prueba N° 2: grupo control	110
5. Resultados de la encuesta: grupo experimental	111
6. Variable Actitud hacia la matemática grupo experimental.....	112
7. Resultados de la prueba N° 1. grupo experimental.....	123
8. Resultados de la prueba N° 2. grupo experimental.....	124
9. Comparación de datos generales	126
10. Comparación de actitud hacia la matemática	128
11. Calificación de la prueba N° 1	129
12. Prueba t para la prueba N° 1	132
13. Calificación de la prueba N° 2	133
14. Prueba t para la prueba N° 2	136

ÍNDICE DE GRÁFICAS

Gráfica	Pág.
1 Calificaciones de la prueba N° 1	130
2. Calificaciones de la prueba N° 2.....	134

RESUMEN

El proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática es y ha sido bastante complejo a través de todos los tiempos. No hay resultados definitivos acerca de cuál es la mejor forma de enseñanza, para que el aprendizaje de la misma sea significativo. Por ello, nos propusimos en este trabajo buscar una alternativa didáctica que nos permitiera salir del tan usado método tradicional; específicamente, deseábamos conocer si la aplicación del método de aprendizaje cooperativo en matemática, influía en el rendimiento académico y en el cambio de actitud de los alumnos. Se realizó una comparación mediante la aplicación del método tradicional y el de aprendizaje cooperativo en dos grupos de primer año de la licenciatura en Administración de Empresas del Centro Regional Universitario de Coclé. A estos grupos se les aplicaron encuestas y pruebas para comprobar la hipótesis y buscar respuestas al problema. Los resultados obtenidos confirman que se obtienen mejores rendimientos en matemática y se logran cambios de actitudes hacia la misma, con la aplicación del método cooperativo.

SUMARY

The learning-teaching process of mathematics has been complex over the years. In this way, there are not definite results about the best form of teaching; so that, the learning of mathematics makes precise. In this work, it attempts to know the influence of the cooperative learning meted on the students learning and behavior. Thus, it made a comparison between the traditional meted and the cooperative learning meted on two groups of students from the first level of Business Administration Career of Cocle Regional University Center. With these groups. It applied yes/no questions and tests with the no equation of first level. The inquiries and tests were considered in terms of the statistical analysis of the sample for two test guessing same variants. The statistical analysis shows that using the normal supposition with a significant level of 0.05, it is not possible to accept the hypotheses that the difference between two mean is zero (0). That is, it avoids the incompetent hypotheses and it accepts the alternative hypotheses with $p < 0.05$.

INTRODUCCIÓN

Como sabemos, los procesos de enseñanza y aprendizaje son muy complejos, en particular el de asignaturas como matemática; por ello, muchos psicólogos han propuesto teorías del aprendizaje que pretenden facilitar este proceso. Sin embargo, se puede afirmar que no hay nada definitivo en cuanto a la mejor y más adecuada forma de enseñanza, para que el aprendizaje se desarrolle eficazmente.

Ramos (1996) indica que encontrar una estrategia metodológica apropiada es una tarea difícil. Además, el mismo autor cita a Croos (1976) quien dice que no existe un método ideal para todos los estudiantes ni todas las asignaturas.

No obstante, la realidad que vivimos y observamos día a día en los centros educativos de nuestro país, en cuanto al proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, nos lleva a la búsqueda de la mejor alternativa didáctica que nos permita mejorar ese proceso y así dar respuestas al problema del bajo rendimiento y a lograr un cambio de actitud hacia la misma.

La enseñanza de la matemática por mucho tiempo ha respondido a la teoría conductista, que privilegia la manipulación de símbolos, el uso de reglas y procedimientos, la memorización y mecanización. Todo ello ha traído como consecuencia el bajo rendimiento académico y el rechazo hacia la materia.

Los psicólogos, pedagogos e investigadores en educación matemática se inclinan actualmente hacia las teorías cognoscitivas del aprendizaje ya que éstas se ocupan de

cómo se desarrolla el aprendizaje humano. En ellas se pondera que el aprendizaje debe estar basado en la construcción activa del conocimiento por parte del alumno. En estos enfoques sobresalen las posiciones de Jean Piaget y Lev. S. Vygotski. Sin embargo, es necesario señalar que la posición de Piaget está dando paso a la posición de Vygotski, ya que se considera que, aunque es cierto que el alumno es el responsable de su aprendizaje, aprenderá más y mejor cuando interactúa con otros.

Ramos (1996) señala que “El conocimiento matemático se construye mediante la actividad, y ésta resulta más eficaz a medida que los individuos se involucran con las perspectivas de otros”

De allí la importancia de la interacción grupal o la dinámica de grupos, entendiendo ésta como el conjunto de fuerzas psicológicas que determinan que en condiciones de grupo una persona pueda llegar a actuar de manera bastante diferente a como lo hace estando solo.

Por su parte, Mancera (2000) nos dice que “... no es difícil aceptar que hay personas que se desempeñan mejor en algunos campos que otros... La sociedad está constituida con sujetos de diferentes tipos y que gracias a los procesos de comunicación interactúan unos con otros y se ayudan mutuamente”.

De lo anterior se desprende que la comunicación y la interacción humanas son de mucha importancia para la construcción del conocimiento, en particular del conocimiento matemático.

Sin embargo, Díaz (1998) afirma, que esta interacción debe ser de cooperación y/o colaboración entre los miembros de un grupo, para que se dé el aprendizaje.

En este sentido, nuestro trabajo se fundamenta en la teoría socio cultural de L. S. Vygotski, que plantea como uno de sus principios teóricos importantes la interacción del grupo social en los procesos de aprendizaje.

Vygotski (1978), citado por Batista (2000), señala que el desarrollo real de una persona es la capacidad de lograr un aprendizaje por sí mismo, el potencial de aprendizaje es la capacidad de alcanzar un aprendizaje con la ayuda de los demás.... las personas poseen un amplio potencial para aprender; pero cuando logran un aprendizaje mediado, entonces el desarrollo de su potencial real se ve favorecido.

El contexto social está desempeñando un papel importante. Actualmente en los trabajos de investigación sobre educación matemática se han dedicado muchos esfuerzos al estudio del aprendizaje cooperativo a nivel mundial, (Cordero,1995). Sin embargo, los problemas que se dan en matemática son muchos y deseamos poner a prueba en nuestro país, los planteamientos Vygotskianos, específicamente en nuestra Sede Universitaria,

con la finalidad de encontrar resultados que le permitan al docente mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta asignatura.

El trabajo está formado por cinco capítulos. En el primero se plantean los aspectos generales que incluyen los antecedentes, el planteamiento del problema, los objetivos y la justificación.

En el segundo capítulo se establece la fundamentación teórica y conceptual que incluye aspectos importantes sobre teorías del aprendizaje, haciendo énfasis en la teoría de Lev Vygotski. Se tratan los procesos didácticos de enseñanza y aprendizaje, el método tradicional y el de aprendizaje cooperativo, así como la relación entre la didáctica de la matemática y el aprendizaje cooperativo.

En el tercer capítulo se incluyen los aspectos metodológicos como: tipos de estudio, formulación de hipótesis, técnica e instrumentos, definición de variables, sujetos de estudio y procedimiento que contempla la aplicación de ambos métodos, tradicional y cooperativo.

Finalmente, en el capítulo cuarto se presentan los resultados y el análisis estadístico y, por último, en el capítulo quinto, están las conclusiones y recomendaciones y la propuesta de capacitación que incluye la programación de dos seminarios para poner en práctica este método.

CAPÍTULO I
ASPECTOS GENERALES

1. ANTECEDENTES DEL PROBLEMA.

Desde el año 1987 se celebra anualmente un foro internacional en Matemática Educativa en los países Centroamericanos y del Caribe, denominado “Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa”. Este foro posteriormente se extendió a los países latinoamericanos con la denominación de “Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa” (RELME), cuyo propósito es eliminar fronteras en cuanto al problema de la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

En estas reuniones se presentan cursos, talleres, propuestas metodológicas e informes de investigación de trabajos, que se han realizado en todos los países participantes, incluyendo el nuestro.

Una revisión de las memorias de los foros de 1995, 1996, 2000 y 2001 nos indica que a nivel universitario se han realizado las siguientes investigaciones relacionadas con nuestro tema de investigación:

- Cordero, Francisco (1995). *El pensamiento de la matemática avanzada en el aprendizaje cooperativo*. Departamento de Matemática Educativa, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (IPN). México.
- Ramos, Niurka (1996). *Enseñanza de la matemática: Una alternativa*. Universidad Simón Bolívar. Venezuela.

- Alarcón, Stella (2000). *Aprendizaje cooperativo con ISETL*. Instituto Santander. Colombia.
- Antibí, André (2000). *El fracaso escolar; la motivación en matemática; la destitución de conocimientos escolares*. Université P. Sabatier. Francia.
- Belgrano, Delia y Herrera, Guillermo (2000). *Análisis del nivel académico de los ingresantes a la Universidad*. Universidad Tecnológica Nacional de Argentina.
- Cadoche, Lilian y otros (2000). *Aprendizaje cooperativo y actitudes hacia la matemática*. U.N. del Litoral Universidad Tecnológica Nacional de Argentina. Argentina.
- González, Nelly (2000). *Estudio del entorno del estudiante con deficiencias en el área de matemática y estadística*. Universidad Central de Venezuela. Venezuela.
- Morera, Edwin (2000). *Zona de desarrollo próximo y mediatizadores en la construcción del conocimiento*. Universidad de Puerto Rico en Cayey. Puerto Rico.
- Ramos, Niurka (2000). *La exposición de los estudiantes como una técnica de aprendizaje cooperativo en matemática*. Universidad Simón Bolívar, Venezuela.
- Barbosa, Karly (2001): "¿Por qué las inecuaciones?" Universidad Católica de Brasilia. Brasil.
- Cadoche, Lilian y otros (2001). *Aprendizaje cooperativo en la Universidad Nacional del Litoral*. Universidad Tecnológica Nacional de Argentina. Argentina.

- González, María (2001). *La enseñanza de la Matemática basada en las técnicas del aprendizaje significativo y grupos colaborativo*. Instituto Tecnológico de Monterrey, Campus Cuernavaca. México.
- Miguez, Miguel (2002). *La Guía Didáctica como instrumento para intervenir en la zona de desarrollo próximo*. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. México.

En estas investigaciones los resultados más significativos en cuanto al rendimiento académico destacan lo siguiente:

- Se confirma que en los exámenes de ingreso a la universidad el desempeño académico en matemática es muy bajo.
- Son muchos los alumnos que llegan al nivel superior y no tienen los conocimientos matemáticos necesarios para acceder a ese nivel. Además, registran un bajo rendimiento en sus carreras y deficiente manejo del conocimiento matemático.
- Los principales problemas del bajo rendimiento o fracaso escolar en matemática se deben a la ausencia de habilidades relacionadas con las funciones cognitivas, tales como: comprensión, formación de esquemas, abstracción y generalización.
- Concluyen que se obtienen logros superiores cuando se compara el rendimiento académico en la metodología expositiva o tradicional con alguna otra modalidad de enseñanza.

Por otro lado, en cuanto al aprendizaje cooperativo se encontró que éste constituye una alternativa valiosa para el logro de mejores rendimientos ya que procura el

desarrollo de habilidades sociales y de interacción (docente – alumno – conocimiento; alumno-conocimiento) construyendo un espacio de interdependencia positiva que facilita mejores y más perdurables aprendizajes. Además, señalan que esta metodología influye favorablemente en distintos factores configuradores de las actitudes, lo que redunda en mejores rendimientos de los alumnos.

Concluyen que a los estudiantes, en su mayoría, no les agrada la matemática, pues se les hace difícil su estudio. Sin embargo, con el aprendizaje cooperativo se logra una actitud positiva hacia la misma y hacia sus compañeros, mayor autoestima y desarrollo de habilidades para comunicarse.

En cuanto al tema de nuestro trabajo, las inecuaciones, se tiene como antecedente la opinión de Barbosa (2001) que sostiene en su trabajo de investigación de doctorado, que el tema ofrece una riqueza de oportunidades, que estudiar tal concepto de manera amplia, intrínseca y detallada de lo que normalmente presentan los libros y la enseñanza tradicional, es muy útil para hacer conexiones con otros conceptos y comprender no solamente la resolución algebraica, sino también la interpretación del propio concepto. La perspectiva teórica utilizada para el trabajo en mención propone la elaboración de un conjunto de construcciones mentales que lleven a una mejor comprensión del concepto y para lograrlo se debe trabajar por medio de grupos cooperativos.

Skemp (1993) señala que la preocupación por el aprendizaje de las matemáticas, constituye – hoy como ayer – un tema que está en la mente de padres y maestros, de

profesores y orientadores. El examen de matemática provoca, en padres y alumnos, temor e inseguridad, pues se vislumbra el posible fracaso ante la dificultad que parece presentar. El mismo autor (Skemp, 1993) señala que existe actualmente una gran preocupación e interés acerca de la enseñanza de las matemáticas. A escala mundial han proliferado los proyectos y se han introducido nuevos temas y métodos didácticos, para su enseñanza.

Algunas de esas propuestas metodológicas y artículos de investigación se publican en la revista Educación Matemática del Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados (CINVESTAV) del Instituto Politécnico Nacional (IPN), de México. Una revisión de las revistas de 1989 a 1996 y de 1999 nos proporcionan los siguientes trabajos relacionados con nuestro tema:

- Balderas, Patricia (1995). *Aprendizaje cooperativo con base en las representaciones que se logran en calculadoras de tipo avanzado*. Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). México
- Ursini, Sonia (1996). *Una perspectiva social para la educación matemática. La influencia de la teoría de L. S. Vigotski*. Departamento de Matemática Educativa. Cinvestav – Instituto Politécnico Nacional. México.

En Panamá se han realizado cinco congresos nacionales de Matemática Educativa, en los años 1992, 1995, 1999, 2001 y 2003 en los cuales, como bien señala Ardila (1999), el principal interés ha sido el mejoramiento de la enseñanza y la investigación en los procesos de aprendizaje y enseñanza de la matemática.

En las memorias de estos congresos no se registran trabajos relacionados con nuestro tema. Sin embargo, en el Centro Regional Universitario de Coclé, tenemos los siguientes trabajos de graduación en la Licenciatura en Matemática.

- Fernández, Gionela (2000). *El aprendizaje cooperativo en la enseñanza de los números enteros en el VII de la pre - media.*
- Pérez, Kathia (2002). *La actitud del estudiante hacia la matemática y su influencia en el aprendizaje.*

En estos trabajos se concluye que al considerar el rendimiento académico como indicativo de aprendizaje, se puede decir que la actitud que tiene el estudiante hacia la matemática es un factor que influye en el aprendizaje de la misma. Además, se afirma que la continua supervisión de los grupos cooperativos ayudará a evitar problemas de mal funcionamiento en cuanto a la responsabilidad de cada estudiante.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

El bajo rendimiento académico en matemática y el rechazo hacia la materia es motivo de preocupación para los que nos desempeñamos en este campo. Por esto es imprescindible que se realicen estudios para mejorar dicho rendimiento, así como la actitud hacia la matemática. En este sentido el problema que se investigó es:

¿Qué efecto tiene el método de aprendizaje cooperativo en el rendimiento académico y la actitud hacia la matemática al estudiar el tema de inecuaciones en un grupo de primer año universitario de la carrera de Licenciatura en Administración de Empresas?

Se plantearon las siguientes preguntas:

- ¿El método de aprendizaje cooperativo influye en el rendimiento académico en matemática?
- ¿El método de aprendizaje cooperativo produce en los estudiantes cambios de actitud hacia el curso de matemática?
- ¿Existen algunas diferencias en el rendimiento académico de los estudiantes, en matemática, con la aplicación del método de aprendizaje cooperativo y el método tradicional?

3. OBJETIVOS.

Objetivos generales:

- a. Conocer cómo influye el método de aprendizaje cooperativo en el rendimiento académico y en el cambio de actitud de los estudiantes, en un curso de matemática.

- b. Determinar si hay diferencia significativa en el rendimiento académico de los estudiantes entre la aplicación del método tradicional y el método de aprendizaje cooperativo.

Objetivos específicos:

- a. Determinar el rendimiento promedio del grupo experimental por medio de una prueba después de utilizar el método cooperativo.
- b. Determinar el rendimiento promedio del grupo control usando el método tradicional por medio de una prueba.
- c. Comparar el rendimiento promedio de ambos grupos.
- d. Identificar cambios de actitud en relación al curso de matemática con la aplicación del método de aprendizaje cooperativo.

4. JUSTIFICACIÓN.

De todos es conocido que el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática presenta muchas dificultades en todos los niveles del sistema educativo panameño. El aprendizaje y aprovechamiento en esta asignatura es pobre y deficiente por lo que el estudio acerca del rendimiento de los estudiantes es imprescindible.

Las dificultades en el aprendizaje de la matemática, entre los países latinoamericanos, no han perdido vigencia ni intensidad. Torres (1995), indica que los expertos del proyecto Iberoamericano IBERCIMA, afirman que un análisis elemental de la situación general de la enseñanza de la matemática, demuestra que ésta es muy deficiente en la mayoría de los países del área. Particularmente son conocidas las dificultades que tienen los alumnos universitarios en matemática.

A ello se refieren varias ponencias presentadas en los Congresos Nacionales de Matemática Educativa (1993 y 1999) y en las Reuniones Latinoamericanas (Relme 14 y 15) realizadas respectivamente en la ciudad de Panamá en el año 2000 y en Argentina en el 2001.

Entre esas ponencias tenemos las siguientes:

- Nole, Juan (1999). *Enseñanza de la Matemática en el desarrollo del pensamiento*. Universidad de Panamá. Panamá.
- Correa, Alberto (1993). *Hacia la excelencia en la enseñanza de la Matemática*. Universidad de Puerto Rico. Puerto Rico.
- Muñoz, Alejandro y Arce, Araceli (2000). *La maduración para el aprendizaje de la matemática*. Universidad Pedagógica Nacional e Instituto Politécnico Nacional. México.
- Narro, Ana E. (2000). *La matemática en las carreras de Administración de la UAM – X*. Universidad Autónoma Metropolitana. México.

Correa (1993) señala que el problema alcanza dimensiones amplias, ya que muchos estudiantes a nivel de los Estados Unidos de América y del mundo, han fracasado y continúan fracasando en evidenciar un aprovechamiento académico satisfactorio en esta asignatura.

Como profesora con más de quince años de servicio en el Centro Regional Universitario de Coclé, puedo asegurar que la mayoría de los estudiantes que ingresan a las carreras del área de comercio, donde regularmente me he desempeñado, presentan un bajo rendimiento en matemática. Continúan con un rendimiento muy bajo durante los cursos de su carrera, hecho que se evidencia en los siguientes datos: desde 1996 hasta 2002 se tiene que en los cursos de primer año de matemática (Mat. 150) sólo un promedio de 54% aprobó y un 46% obtuvo D o F. El 80% de los profesores de matemática de nuestro Centro Universitario opina que los alumnos presentan una débil formación en matemática y no les gusta la materia. (Fernández, 2002).

El plan de estudio de la carrera de Licenciatura en Administración de Empresas incluye los cursos: Mat. 150, Mat. 250, Mat. 350 y Mat. 450. Estos cursos contemplan los siguientes temas: productos notables y factorización, fracciones algebraicas, ecuaciones, relaciones y funciones, límite y continuidad, derivada y aplicaciones de la derivada, antiderivación, técnicas de integración y aplicaciones de la integral definida.

Cadoche (2001) asegura que en carreras universitarias que no son de la licenciatura en matemática, los alumnos, por distintas razones, se resisten el aprendizaje

de esta disciplina, mostrando actitudes de desagrado, falta de motivación y desconfianza lo que tiene como consecuencia bajos rendimientos y aprendizajes no significativos.

Es evidente que a los alumnos en general no les gusta la matemática. Por ello es necesario que se realicen estudios encaminados a dar respuestas satisfactorias a este problema.

Cada vez son más los especialistas que insisten en afirmar que el trabajo de perfeccionamiento de la enseñanza de la matemática no radica sólo, ni esencialmente, en la variación de los currículos de la asignatura, sino en el mejoramiento de los métodos de enseñanza que se utilizan (Correa, 1993; Torres, 1995; Morera, 2000).

Ante la situación de bajo rendimiento y fracaso en matemática, Correa(1993) dice: “Se hace necesario y fundamental el estudio y la implantación de nuevos métodos y técnicas de enseñanza para mejorar la educación en matemática”.

Dada la práctica frecuente en nuestras universidades del docente expositor y el alumno receptor, creemos que es muy importante investigar la poca efectividad del método tradicional en comparación con otros métodos.

Morera (2000) señala que los resultados encontrados en los cursos de matemática, al impartir la enseñanza utilizando el método tradicional (exposición del contenido, como cuerpo de conocimientos terminados, administración teórica de

resultados y solución mecánica de problemas) unido a la masificación de la educación, sugiere un cambio que lleve a considerar métodos más activos. Métodos donde el estudiante explore, conjeture, haga deducciones... y comprenda que la responsabilidad primaria de su aprendizaje recae en él.

En el Centro Universitario de Coclé no hay investigaciones que estudien este problema. Por ello proponemos este trabajo utilizando el método de Aprendizaje Cooperativo para estudiar su influencia en el rendimiento académico de los estudiantes, específicamente de la Facultad de Administración de Empresas, en el área de matemática.

Se ha encontrado que las clases individuales y las experiencias de trabajo competitivo no han mostrado buenos resultados, ni en el campo afectivo ni en el cognoscitivo. (Díaz, 1998).

En cambio varias investigaciones confirman la efectividad del trabajo cooperativo en educación superior, sobre todo si éste se compara con la enseñanza centrada en exposiciones del profesor, tareas y evaluaciones competitivas. Las ganancias cuando se promueve el aprendizaje cooperativo son de diversa índole: cognoscitivas y afectivas (Ramos, 2000).

Nuestra propuesta de investigación está orientada a determinar cómo influye la aplicación del método de aprendizaje cooperativo en el rendimiento académico en matemática, en los grupos de primer año de la Facultad de Administración de Empresas y

Contabilidad, en el Centro Regional Universitario de Coclé, como una forma de intervención en el aula, diferente a la tradicional. Además, nos proponemos establecer si el método de aprendizaje cooperativo es más efectivo que el tradicional y detectar si se logra algún cambio de actitud hacia la materia con la aplicación del mismo.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

1. TEORÍAS DEL APRENDIZAJE.

Considerar en nuestro trabajo el tema de aprendizaje cooperativo, de la enseñanza tradicional y del rendimiento académico como un indicativo de aprendizaje, nos obliga a estudiar, aunque sea de manera muy general, dos grandes grupos de teorías del aprendizaje: conductismo y cognitivismo. Hablamos de grupos porque, como señala Gómez (1994), no debe entenderse que sólo hay dos teorías del aprendizaje, sino que conductismo y cognitivismo son como paraguas que acogen una multitud de teorías bien diferentes, pero que presentan características comunes que permiten unificarlas.

Las teorías del aprendizaje tienen su origen en los trabajos que los psicólogos de la educación llevaron a cabo a partir de la primera mitad del siglo pasado y que aún influyen en las concepciones de las personas implicadas en el proceso educativo actual.

Para desarrollar eficazmente nuestro trabajo diario de enseñanza, nos tenemos que situar ante las diversas alternativas que existen. Para ello necesitamos conocer las teorías del aprendizaje, ya que sólo así podremos fundamentar nuestro quehacer docente en ellas.

Particularmente, la enseñanza y el aprendizaje de la matemática no son tareas fáciles. Por ello, no basta con que el profesor domine la materia y tenga conocimientos de pedagogía; también debe conocer y entender cómo ocurre el aprendizaje de sus alumnos y saber ante una situación dada, qué se debe hacer y por qué se debe hacer.

Como bien señala Gómez (1994), algunos profesores podrán afirmar que no necesitan conocimientos teóricos para enseñar. Sin embargo, estos profesores difícilmente podrán justificar su trabajo, ignorarán por qué unos alumnos aprenden y otros no y no podrán saber con certeza si lo están haciendo bien o mal.

1.1. Conductismo.

Según Pozo (1996), es muy difícil dar una definición de conductismo; sin embargo, afirma que el núcleo central del conductismo está constituido por su concepción asociacionista del conocimiento y del aprendizaje.

Hume (1739) en Pozo (1996) afirma que el conocimiento humano está constituido exclusivamente de impresiones e ideas, y el mismo se alcanza mediante la asociación de ideas según los principios de semejanza, contigüidad espacial y temporal y causalidad. Estos principios constituyen el núcleo central de la teoría psicológica conductista.

En esta teoría sobresalen los teóricos E. Thorndike, B.F. Skinner y R. Gagné, fue formulada en su origen (a inicios del siglo XX) basándose en el comportamiento de animales domésticos y, posteriormente, fue reforzada por el éxito de su aplicación en el entrenamiento de deportistas y músicos.

Mackenzie (1997) citado por Pozo (1996) afirma que el conductismo fue el único o al menos el más detallado, intransigente y sofisticado intento serio que nunca se había hecho para desarrollar una ciencia sobre principios solamente metodológicos.

De este modo, el conductismo fue durante mucho tiempo, el modelo que predominó en la enseñanza de cualquier asignatura.

Por otro lado en cuanto al aprendizaje en este enfoque, Gómez (1994) señala que es el cambio de conducta que experimentan las personas a lo largo de su vida como resultado de la adquisición de conocimiento. Este cambio, observable en el comportamiento humano y persistente a lo largo de un período de tiempo se puede lograr (pensaban los primeros conductistas) condicionado, dirigido de un modo determinado por el instructor y puede ser descrito en términos de estímulo, respuesta y asociación.

Esta doctrina de la asociación de ideas se plasmó en las llamadas leyes de Thorndike (Gómez, 1994):

- 1 La ley del ejercicio de repetición: para que arraigue el conocimiento, es necesario ejercitar cada asociación entre estímulo y respuesta. Cada vez que se utiliza el vínculo, éste se refuerza.
2. La ley de la disponibilidad: asocia el deseo con el aprendizaje. Es necesario querer, estar atento, motivado, para que el vínculo se establezca o actúe.

- 3 La ley del efecto: la repetición es necesaria, pero no es condición suficiente para fijar el conocimiento; es necesaria cierta satisfacción. La fijación del conocimiento depende del grado de satisfacción que se deriva de la respuesta; si la respuesta es satisfactoria el vínculo se reafirmará si no lo es, se debilitará.

También se consideran dentro de los enfoques conductistas aquellas teorías que hacen referencia a la transferencia del conocimiento, la disciplina mental y las jerarquías de los aprendizajes.

La teoría de la disciplina mental surge a inicios del siglo XX. En ella prevalecían los programas educativos de duro trabajo intelectual. Se creía que la mente estaba compuesta por ciertas facultades que como músculos se fortalecían con la ejercitación. Las materias que se estudiaban en esa época eran las lenguas clásicas (latín y griego), filosofía y matemática (geometría euclídea y cálculo aritmético).

La teoría conductista tuvo significativa influencia en la primera mitad del siglo XX en el currículo de matemática. En los años veinte del siglo pasado las teorías de Thorndike fueron trasladadas directamente a la enseñanza de la aritmética, y predominaron por mucho tiempo. Los libros de texto tenían apéndices dedicados al cálculo rápido.

La enseñanza de la matemática también utilizó el enfoque de las jerarquías posteriormente, bajo el principio de que la instrucción debería basarse en la enseñanza directa y en la fragmentación del currículum en un número de partes aisladas para ser aprendidas con el esfuerzo apropiado; lo que duró hasta la época de las reformas curriculares en los años 60 (Gómez, 1994).

1.2. Paso del conductismo al cognitivismo.

A pesar de que la teoría conductista disponía de un núcleo teórico y metodológico común, que consistía en un asociacionismo psicológico y una concepción positivista del método científico, no pudo elaborar una teoría unitaria del aprendizaje que con tanto anhelo buscaba (Pozo, 1996).

Esto ocurrió, según los estudiosos de esta teoría, debido a que los neoconductistas dedicaron sus esfuerzos experimentales a rebatirse los unos a los otros en lugar de expandir sus investigaciones hacia áreas de interés y así predecir nuevos hechos. En estas condiciones, los teóricos conductistas recibieron la irrupción de un nuevo enfoque psicológico denominado el procesamiento de la información y de hecho no estaban preparados para afrontar dicha irrupción (Pozo, 1996).

El conductismo fue la fuerza dominante en la psicología hasta la década de 1960, cuando el campo sufrió lo que ahora se conoce comúnmente como la “revolución cognoscitiva” (Good y Brophy, 1995).

La descripción del aprendizaje como condicionamiento de asociación y respuesta dio paso a los puntos de vista cognoscitivistas que describen el aprendizaje como algo que implica la adquisición o reorganización de las estructuras cognoscitivas.

De este modo, el modelo constructivista considerado cognitivista, planteaba una auténtica posibilidad de salir de la cuestionada enseñanza tradicional.

El constructivismo pondera que el conocimiento no puede transferirse de una persona a otra, sino que debe ser construido activamente por el individuo que aprende y que esto depende de los conocimientos previos o ya adquiridos.

Se señala que el constructivismo como marco conceptual y metodológico emergente despertó consenso entre quienes buscaban la salida al encierro creado por el conductismo y sus diseños instruccionales. Por ello, la vigencia del conductismo como paradigma tradicional y convencional en los sistemas educativos de los distintos países empezó a ser cuestionada por psicólogos y especialistas en materia educativa (Pozo, 1996).

1.3. Cognitivismo.

No hay información precisa acerca del origen de la psicología cognitiva, sin embargo, algunos estudiosos señalan el año 1956 como fecha de inicio, ya que en ese año se publicaron los trabajos fundadores del nuevo movimiento.

Ahora bien, Carretero (1986) no comparte esta opinión y dice que “el estudio de los procesos cognitivos no se inicia en 1956 sino mucho antes”.

Un concepto de psicología cognitiva lo ofrece Riviere (1987) quien dice: “Lo más general y común que podemos decir de la psicología cognitiva es que refiere la explicación de la conducta a entidades mentales, a estados, a procesos y disposiciones de naturaleza mental para los que reclama un nivel de discurso propio”.

En la definición dada anteriormente, según Pozo (1996), entraría no sólo el enfoque del procesamiento de la información sino también autores como Piaget (hipótesis constructivista), Vygotski (teoría sociocultural) o la moderna posición cognitiva animal, ya que todos ellos coinciden en que la acción del sujeto está determinada por sus representaciones.

Entre los teóricos que sobresalen en la teoría cognitiva se señalan a Jean Piaget, David Ausubel, Jerome Bruner y Lev S. Vygotski.

En el ámbito matemático, la teoría cognitiva surge inicialmente en oposición a las ideas de Thorndike y era encabezada por Brownell, quien argumentaba que la instrucción matemática necesitaba apoyarse en la comprensión de los conceptos básicos y por denominado gestaltismo, en cuya visión del aprendizaje son elementos claves la comprensión y la menor consideración de la práctica repetitiva (Gómez, 1994).

Señala Gómez (1994), que posteriormente surge con fuerza la hipótesis constructivista, que tiene su origen en los trabajos de Jean Piaget y sus colaboradores (Inhelder y Szeminska), de Jerome Bruner, de David Ausubel, de Lev Vygotski y actualmente el denominado procesamiento de la información, surgido en los años 70 junto con la conocida metáfora computacional influida por el fenómeno de las computadoras.

Las dos últimas corrientes intentan caracterizar la actividad inteligente de los humanos en términos de representación, es decir, en el proceso de edición, creación y transformación de la información, admitiendo que hay tres niveles estructurales en el sistema: uno sensorial, una memoria de trabajo y una memoria a largo plazo.

En el modelo de procesamiento de la información se tiene que toda la información entra al sistema cognitivo por medio del registro sensorial, pero sólo permanece allí por un corto período. Para que dicha información sea duradera, debe entrar en la memoria de trabajo donde será combinada con la información que procede de la memoria a largo

plazo. Esta teoría se aplica con mucha frecuencia en matemática ya que permite estudiar cómo procesan los niños y jóvenes el conocimiento matemático.

Además, al campo de la matemática se adecuaron al mismo tiempo otras corrientes cognitivas como la disponibilidad cognitiva, que considera importante el equipamiento cognitivo que posee el estudiante y el curriculum en espiral de Jerome Bruner.

Gómez (1994) define según esta teoría el concepto de aprendizaje y dice que es un proceso constructivo interno, es decir, un proceso que se apoya en la actividad cognitiva del sujeto para reorganizar y ampliar el conocimiento previo.

Actualmente las teorías cognoscitivas más populares son las llamadas teorías constructivistas, de las cuales el constructivismo socio cultural es el que más ha influido en la educación. Las ideas constructivistas sociales han sido influenciadas por los escritos del psicólogo del desarrollo ruso Lev Vygotski (Morera, 2000).

2. TEORÍA O CORRIENTE SOCIO – CULTURAL DE LEV S. VYGOTSKI

2.1. La obra de Vygotski.

Lev Semiónovitch Vygotski (1896-1934) fue un eminente teórico de la psicología soviética, cuyo nombre está asociado fundamentalmente a la teoría histórico cultural.

La obra de Vygotski es extensa y compleja. Señala Leóntiev (1997), que en menos de diez años de actividad como psicólogo profesional, escribe Vygotski cerca de ciento ochenta (180) trabajos, de los cuales ciento treinta y cinco (135) han sido publicados y cuarenta y cinco (45) no han visto todavía la luz.

Dice Riviere (1985) que da la impresión de que le bastaron diez años para ver la perspectiva de un siglo. La década prodigiosa de Vygotski ocurrió entre 1924 y 1934 breve período en el cual tuvo tiempo suficiente para analizar a fondo las alternativas teóricas de la psicología de su tiempo, proponer soluciones originales a algunos de sus problemas más difíciles y dejar una larga estela de influencia y un proyecto de futuro para la psicología, que aún permanece en su mayor parte, sin agotar.

Se considera una obra extraordinaria que recién ahora se está descubriendo, debido, por un lado, a su muerte prematura (Vygotski muere en 1934 de tuberculosis a los 37 años) y, por el otro lado, a las circunstancias políticas que predominaron en la Unión Soviética a partir de los años treinta. De hecho, es hasta finales de los años

cincuenta cuando su obra vuelve a salir a la luz y a partir de 1962, gracias a la traducción al inglés del libro **Pensamiento y lenguaje** se empieza a conocer también en Occidente. (Ursini, 1996).

Al gran psicólogo del siglo XX, como se le llama a Vygotski, se le considera no como una figura histórica, sino como un investigador vivo, actual, ya que a pesar del tiempo transcurrido sus ideas han echado profundas raíces y los problemas centrales a cuya solución entregó su vida continúan siendo centrales para la psicología actual.

En los últimos años ha aumentado notablemente el interés de los psicólogos cognitivos por la obra de Vygotski (Riviere, 1985; Wertsch, 1985; Siguar, 1987; Pozo, 1996). De hecho, muchos de sus trabajos han sido traducidos a distintos idiomas (alemán, italiano, francés, japonés, etc.). Por ello, como nos dice Pozo (1996), "... la teoría de Vygotski del aprendizaje resulta hoy la máxima actualidad, aunque cincuenta (50) años después siga siendo todavía el boceto de una teoría, más que una teoría propiamente dicha".

Las traducciones de sus trabajos según Woolfolk (1999) representan una alternativa a muchas de las ideas de Piaget. Mientras Piaget describe al niño como un pequeño científico que construye casi solo su idea del mundo, Vygotski propone que el desarrollo cognoscitivo depende en gran medida de las relaciones con la gente que está presente en el mundo del niño y las herramientas que la cultura le da para apoyar el pensamiento.

La idea fundamental de la teoría de Vygotski, llamada por algunos teoría sociocultural y por otros histórico cultural, es que todas las funciones mentales superiores del individuo se originan en la vida social y se derivan de la internalización de las relaciones sociales.

Según Ursini (1996), en ésta teoría cobra un papel esencial la educación y en particular la educación que se imparte de manera deliberada en la escuela. Mérito de Vygotski es la extraordinaria importancia que le concede a la instrucción y a las estrechas relaciones existentes en su teoría entre aprendizaje e instrucción (Pozo, 1996).

Woolfolk (1999) indica que Vygotski estaba muy interesado en el aprendizaje instruido mediante la enseñanza directa o la estructuración de las experiencias que apoyan el aprendizaje de otro.

2.2. Los Procesos Sociales.

En la teoría de Vygotski la interacción social tiene un papel fundamental. La misma se fundamenta en el marxismo y consideraba que la metodología y los principios del materialismo dialéctico proponían una nueva perspectiva para explicar el origen y desarrollo del comportamiento humano y de la conciencia (Ursini, 1996).

El enfoque de Vygotski y sus seguidores centra su interés en el desarrollo integral de la personalidad y en el hecho de que la misma está determinada por las condiciones históricas y sociales en las que se desenvuelve el individuo. Ello presupone el reconocimiento del importante papel de la actividad del hombre en la conformación de su personalidad (Torres, 1994).

Vygotski asegura que los cambios históricos que se producen en una sociedad y en sus medios materiales de subsistencia producen cambios en la conciencia y el comportamiento humano, por ello considera que para comprender lo individual es necesario, ante todo, entender las relaciones sociales en las que el individuo se desenvuelve:

El hombre no se sirve únicamente de la experiencia heredada físicamente. Toda nuestra vida, el trabajo, el comportamiento, se basan en la amplísima utilización de la experiencia de las generaciones anteriores, es decir de una experiencia que no se transmite de padres a hijos a través del nacimiento. La llamaremos convencionalmente experiencia histórica. Junto a ello debe situarse la experiencia social, la de otras personas, que constituye un importante componente del comportamiento humano (Vygotski, 1933).

Tienen tanta importancia los procesos sociales para Vygotski, que afirma que ellos son el origen de la formación de los procesos mentales superiores (pensamiento, memoria lógica, la atención voluntaria y los conceptos) y que lo individual emerge de lo colectivo.

Toda la función mental se da primero entre las personas, en la interacción social y después, en el plano psicológico del individuo. Por lo tanto, “Para conocer la autogénesis de las funciones cognoscitivas hay que observar el niño en interacción con los más expertos de su cultura y estudiar cómo se va apropiando de éstas interacciones y las va internalizando” (Ursini, 1996).

Al estudiar los procesos de las funciones superiores en los niños, Vygotski llega a la siguiente conclusión: toda forma superior de comportamiento aparece en escena dos veces durante su desarrollo: primero, como forma colectiva del mismo, como forma interpsicológica, como procedimiento externo de comportamiento, y después como un procedimiento interno, como forma intrapsicológica, es decir en el interior del propio niño (Vygotski, 1933).

Los niños adquieren sus conocimientos, ideas, actitudes y valores a partir de su trato con los demás. No aprenden de la exploración solitaria del mundo, como señala Piaget, sino al apropiarse o “tomar para sí” las formas de actuar y pensar que su cultura les ofrece (Kozuliny Presseisen, 1995 en Woolfolk, 1999).

Para Vygotski el ejemplo más claro de ese hecho lo constituye el lenguaje. Señala que al principio es un medio de enlace entre el niño y quienes le rodean pero, en el momento en que el niño comienza a hablar para sí, puede considerarse que tiene lugar la transposición de la forma colectiva de comportamiento a la práctica del comportamiento individual.

Indica que la relación entre el plano social y el individual no significa simplemente que los procesos mentales individuales se desarrollan en un ambiente social, sino que la organización de los procesos mentales refleja directamente la vida social en la cual el niño se acerca a conceptos nuevos. Este aspecto adquiere en esta teoría un papel fundamental.

2.3. Instrumentos de mediación.

Vygotski basa su psicología en el concepto de actividad. Considera que el ser humano no se limita a responder a los estímulos sino que actúa sobre ellos, transformándolos, lo cual es posible gracias a la mediación de instrumentos que se interponen entre el estímulo y la respuesta. La actividad es un proceso de transformación del medio a través del uso de instrumentos (Rivieri, 1988).

Los mediadores son instrumentos que transforman la realidad modificándola activamente en lugar de imitarla pasivamente. Vygotski distingue dos clases de

instrumentos mediadores: la herramienta que es el tipo más simple y es el que actúa materialmente sobre el estímulo, modificándolo, y el sistema de signos o símbolos que median en nuestras acciones.

Del marxismo Vygotski retoma la concepción de herramienta como artefacto mediador entre el hombre y la naturaleza y la extiende a los símbolos para explicar el papel mediador de éstos en la formación de la conciencia humana y de los procesos mentales (Ursini, 1996). Además, Vygotski sugiere que así como los seres humanos usan herramientas de labranza para dominar la naturaleza, de la misma manera usan herramientas psicológicas para pensar y dominar el comportamiento (Radford, 1999).

Señala también Radford, (1999) que la idea de signo como herramienta psicológica fue sugerida a Vygotski por ciertos estudios llevados a cabo con animales, en particular con chimpancés y el uso que hacen de las herramientas para resolver ciertos problemas.

Sin embargo, señala Pozo (1996) que a diferencia de la herramienta, el signo no modifica materialmente el estímulo sino que modifica a la persona que lo utiliza como mediador y en definitiva actúa sobre la interacción de esa persona con su entorno.

Es decir, Vygotski establecía una analogía básica entre signos y herramientas, por la función mediadora de ambos pero, señalaba que era peligroso extremar las semejanzas entre los utensilios materiales (imprentas, lápices, calculadoras, etc.) y los signos. Una

diferencia fundamental entre signo y herramienta es el distinto modo en que orientan la actividad humana. La función de la herramienta es la de servir de conductor de la influencia humana en el objeto de la actividad, y está orientada de manera externa; en cambio, el signo es un medio de actividad interna que aspira a dominarse a sí mismo (Riviere, 1988).

Según Vygotski, los instrumentos de mediación, incluidos los signos, los proporciona la cultura y el medio social. El sistema de signos usado con más frecuencia es el lenguaje hablado, pero hay otros sistemas simbólicos que nos permiten actuar sobre la realidad como son: los sistemas numéricos, de medición, el de lectura y escritura, etc.

Se aclara que la adquisición de los signos no consiste sólo en tomarlos del mundo social externo, sino que es necesario interiorizarlos, lo cual exige una serie de transformaciones o procesos psicológicos.

Vygotski considera que los signos se elaboran en interacción con el ambiente, pero ese ambiente está compuesto de objetos y de personas que median en la interacción del niño con los objetos.

Es decir, que el vector del desarrollo y del aprendizaje iría desde el exterior del sujeto al interior y sería un proceso de internalización o transformación de las acciones externas sociales en acciones internas psicológicas.

El desarrollo de la conciencia y de los procesos mentales depende de la interacción social y ésta involucra necesariamente los signos como mecanismos de mediación; por ello Vygotski dedica particular atención a los mismos (Ursini, 1996).

Vygotski afirmaba que sin la conducta instrumental no habría materiales para realizar la conversión en signo y sin los signos externos no sería posible la internalización y la construcción de las funciones superiores (Riviere, 1988).

Por ello Vygotski decía que se podía emplear el término de función psicológica superior o conducta superior, al referirse a la combinación de herramienta y signo en la actividad psicológica.

Todo signo es un medio de comunicación, si se toma su origen real y se podría decir que es un medio de conexiones de ciertas funciones psíquicas de carácter social. Por ello, los medios para la comunicación social son centrales para formar las complejas conexiones psicológicas que surgen cuando estas funciones se convierten en individuales, en una forma de comportamiento de la propia persona. El rol de los signos es doble, puesto que son a la vez instrumentos para comunicar y para pensar (Vygotski, 1931).

El lenguaje es el medio de interacción social por excelencia. Es por ello que Vygotski, a diferencia de Piaget, concede especial importancia al lenguaje y sobre todo a su relación con el pensamiento.

2.4. Lenguaje y Pensamiento.

El signo y más concretamente la palabra, constituye el eje fundamental del lenguaje. La palabra es “un reflejo excitante reversible” (Vygotski (1931). Primero se dirige a otros y sólo después a quien la genera. Como la palabra es un mecanismo de la conciencia, se desprende de la conclusión de la identidad de ese mecanismo con el contacto social. La conciencia se concibe como un “contacto social consigo mismo” (Vygotski, 1931).

Vygotski considera que el lenguaje desempeña un papel esencial en la formación y organización de las funciones psicológicas superiores. Así, es importante la interacción social como requisito indispensable para que se dé el paso del plano social al individual.

Es en el intercambio social donde se aprende a usar el lenguaje para regular las acciones de los demás, para nombrar y clasificar objetos, para formular peticiones y dar explicaciones. Esa experiencia es la que permite, más adelante, usar el lenguaje internamente para autorregular las propias acciones (Ursini, 1996).

El lenguaje según Vygotski (1934) es, ante todo, un medio de comunicación social, un medio de expresión y comprensión. Pero no sólo es un medio de comprender a los demás, sino también para comprenderse a sí mismo.

Se afirma que la función inicial del lenguaje es la de comunicación, de conexión social, de influencia en quienes nos rodean, para posteriormente evolucionar según el principio de versificación de funciones independientes y a determinada edad, se diferencia claramente en lenguaje egocéntrico y comunicativo.

El proceso de formación del lenguaje interno se inicia en la diferenciación de las funciones del lenguaje, el lenguaje egocéntrico se va segregando del social, a través de su reducción paulatina y concluye con su transformación en lenguaje interno. En conclusión, el lenguaje egocéntrico es la forma de transición entre el lenguaje externo y el interno (Vygotski , 1934).

Se destacan dos momentos en cuanto al lenguaje. En primer lugar, la aproximación del lenguaje y del pensamiento es una construcción hecha por el niño con ayuda de operaciones lógicas. Es el lenguaje el que adquiere determinadas formas lógicas y se intelectualiza por el mero hecho de reflejar y acompañar las operaciones prácticas intelectuales el niño. El pensamiento verbal al principio ha de ser objetivo y después se hace subjetivo. En segundo lugar, el propio pensamiento, al causar la intelectualización del lenguaje, se convierte en verbal, gracias a lo cual se amplían infinitamente sus posibilidades.

Partiendo desde los sistemas psicológicos inferiores (percepción y lenguaje) hacia la formación de otros de orden cada vez más altos como la memoria lógica y la atención

voluntaria, se llega a aquellos que constituyen la clave de todos los procesos de desarrollo y de desintegración, es decir, a la formación de conceptos (Vygotski, 1933).

Vygotski, al igual que Piaget, concibe al sujeto que aprende como aquél que construye su conocimiento; sin embargo, para Piaget lo que se construye son estructuras generales del conocimiento científico como las formas prelógicas e intuitivas de conocimiento y los esquemas cognitivos y verbales como imágenes, pensamientos y conceptos y las habilidades de comunicación, mientras que para Vygotski lo que el sujeto construye son procesos psicológicos superiores.

2.5. Las funciones psíquicas superiores.

El estudio de los procesos de desarrollo de las funciones psíquicas superiores tiene una enorme importancia para comprender y explicar correctamente la totalidad de las facetas de la personalidad del niño. Sin embargo, asegura Vygotski, el mismo constituye un ámbito de la psicología totalmente inexplorado.

Vygotski propone una manera completamente novedosa de concebir el desarrollo cognoscitivo del ser humano y explicar la formación de los procesos psicológicos superiores como son, por ejemplo, el lenguaje, el pensamiento, la memoria lógica, la atención voluntaria y los conceptos.

En sus estudios sobre la evolución de los procesos psicológicos mencionados anteriormente, Vygotski encontró algo que es común para todos ellos: no evolucionan por separado ni tampoco uno al lado del otro, la historia de su desarrollo no se parece en nada a un conjunto de cambios aislados de cada función. Descubrió que la evolución de la vida intelectual de un adolescente (edad de transición) viene a ser un cuadro integral único donde todas las partes están supeditadas a su conexión con el centro.

También encontró que todas las funciones psíquicas superiores son procesos mediatizados y que los signos son los medios básicos utilizados para dominarlos y dirigirlos, y determinó que en la formación de conceptos ese signo es la palabra.

Para Vygotski, el sujeto que construye está mediado semióticamente y esa estructura semiótica es la que cambia a lo largo de todo su desarrollo.

Señala Vygotski que las investigaciones confirman que lo que para el escolar es externo en el ámbito de la memoria lógica y de la atención arbitraria del pensamiento, se convierte en interno en el adolescente. La memoria desempeña un papel colosal en el pensamiento del niño antes de la edad de transición; para él pensar significa apoyarse en la memoria, es decir, recordar cosas concretas. Para el adolescente, recordar significa pensar, recordar es, ante todo, buscar en una determinada secuencia lógica lo que uno necesita. (Ch. Bühler en Vygotski, 1933).

2.5.1. La Formación de conceptos.

Se afirma que en las ideas de Vygotski sobre la generalización y adquisición de conceptos se concentran, tal vez como ningún otro aspecto, las mejores virtudes de la teoría histórico- cultural (Pozo, 1996).

Vygotski (1931) dice que:

La unidad de análisis de la psicología debe buscarse en el significado de la palabra, en el que se encuentra no sólo la mínima unidad comunicativa que conserva las propiedades del total sino también la unidad mínima del pensamiento generalizado. De esta forma los conceptos, en cuanto generalizaciones, tendrán su origen en la palabra que una vez internalizada se constituirá en signo mediador.

Los experimentos llevados a cabo por Vygotski demuestran que los conceptos no se forman por vía puramente mecánica, que nuestro cerebro no hace fotografías colectivas, sino que el concepto se configura para una reelaboración de las imágenes a cargo del propio niño. Ni siquiera el pensamiento natural configura el concepto mediante la simple mezcla de rasgos aislados, el concepto se forma a través de los complejos cambios que se producen al transformarse la imagen en el momento dinámico de la elección de algunos rasgos significativos. Afirma Vygotski (1931): “si los conceptos se

formaran mecánicamente, superponiendo un estímulo sobre todo, cualquier animal poseería conceptos”.

En este proceso de la formación de conceptos, el aspecto esencial que es considerado la causa de la maduración de los conceptos, es el uso específico de la palabra, y dice Vygotski (1931) que *“el concepto es imposible sin palabras, el pensamiento en conceptos es imposible sin el pensamiento basado en el lenguaje”.*

Un aspecto interesante de esta teoría es el análisis que hace Vygotski de la formación de los conceptos en el niño. Distingue dos clases de conceptos: los espontáneos y los científicos.

Define los conceptos espontáneos como aquellos que emergen de las reflexiones del niño sobre sus experiencias cotidianas y los científicos (que no necesariamente se refieren a conocimientos relativos a la ciencia) como los que se originan en la actividad estructurada y especializada de la instrucción en el salón de clase. Ambos conceptos se desarrollan gracias a la interacción social que se da respectivamente fuera y dentro de la escuela (Ursini, 1996).

Vygotski afirma que el desarrollo de los conceptos espontáneos y de los científicos siguen caminos diferentes y llevan a tipos de razonamientos distintos. El desarrollo de los primeros carece de sistematicidad y va desde los fenómenos particulares hacia la generalización; va hacia un nivel más abstracto. El desarrollo de los científicos

parte de la definición verbal que aplicada sistemáticamente, desemboca gradualmente en fenómenos concretos, es decir, va hacia un nivel más elemental. En otras palabras, parten de puntos completamente distintos y en su desarrollo van convergiendo, de tal forma que ambos están estrechamente vinculados y su influencia es mutua.

Para Vygotski, la adquisición de los conceptos científicos ocurre en la escuela y es a través de ella que el niño aprende a volverse consciente de sus procesos mentales. Gracias a la instrucción y la cooperación sistematizada entre alumnos y maestros los conceptos científicos se desarrollan antes que los espontáneos y entonces sirven de guía para el desarrollo de éstos últimos (Ursini, 1996).

Queda claro que el desarrollo de los conceptos científicos que se da mediante la instrucción deliberada, precede al de los espontáneos y lleva al niño hacia la toma de conciencia de estos y a su uso deliberado.

Según lo expuesto por Vygotski, los conceptos no se construyen de lo más simple a lo más complejo, sino que tener acceso guiado a conceptos más complejos ayuda a tomar conciencia de los anteriores, reconsiderándolos desde una perspectiva distinta y transformando su significado. Vygotski dice, por ejemplo, que el aprendizaje del álgebra amplía la comprensión de la aritmética y permite reconsiderar esta disciplina desde una perspectiva más amplia (Ursini, 1996).

A diferencia de los conceptos espontáneos (pseudocconceptos) los científicos tienen tres rasgos característicos en su adquisición (Davydov, 1972 en Pozo, 1996):

- a. Los conceptos científicos forman parte de un sistema.
- b. Se adquieren a través de una toma de conciencia de la propia actividad mental.
- c. Implican una relación especial con el objeto basada en la internalización de la esencia del concepto.

Por otro lado, al utilizar el llamado método de la doble estimulación o método genético – experimental, Vygotski identifica tres (3) fases principales en la formación de conceptos espontáneos en los niños, que son: los cúmulos no organizados, los complejos y los conceptos.

Comparando a Vygotski con Piaget podríamos decir que para este último la construcción de las estructuras cognitivas se da a través de cuatro etapas llamadas sensoriomotora, preoperacional, operacional concreta y operacional formal.

En la primera fase, que corresponde a la formación de cúmulos desorganizados, el significado de la palabra no está completamente definido, es un conglomerado de elementos individuales que, en las ideas y percepciones del niño, están de algún modo relacionados entre sí con una imagen.

La etapa según Piaget que corresponde a esta fase es la preoperacional (2-7 años), en donde se desarrolla gradualmente el uso del lenguaje y la capacidad para pensar de forma simbólica.

La segunda fase según Vygotski, denominada pensamiento en complejos, comprende muchas variaciones funcionales, estructurales y genéticas de una misma forma de pensamiento. La misma tiende a la formación de conexiones, al establecimiento de relaciones entre diferentes impresiones concretas, a la unión y generalización de objetos distintos, al ordenamiento y sistematización de la experiencia del niño. En otras palabras, lo característico en la construcción del pensamiento complejo es que se basa en relaciones concretas y reales entre sus componentes individuales, no en conexiones abstractas y lógicas.

El pensamiento en complejos es ya pensamiento coherente y objetivo, aunque tampoco iguala todavía la coherencia característica del pensamiento conceptual lograda por el adolescente.

Dice Piaget que en esta etapa de las operaciones concretas (7-11 años) el niño es capaz de resolver problemas concretos en forma lógica, de clasificar y entender series.

El niño alcanza el pensamiento en conceptos al culminar la tercera fase de su desarrollo intelectual y eso ocurre tan sólo en la adolescencia.

Señala Vygotski, (1931) que, de acuerdo a los resultados de sus investigaciones, en la fase de la maduración sexual se produce en el adolescente un importantísimo avance del desarrollo intelectual: el paso del pensamiento en complejos al pensamiento en conceptos. Pero la formación de conceptos y su empleo es lo esencialmente nuevo que se adquiere en la edad de transición (14-16 años). El pensamiento en conceptos es una nueva forma de actividad intelectual, un modo nuevo de conducta.

Piaget llama a este período la etapa de las operaciones formales (11- adultez) y afirma que el pensamiento se hace más científico y se tiene la capacidad de resolver problemas abstractos de manera lógica.

Según los resultados obtenidos por Vygotski, se afirma que la edad de transición es la edad de estructuración de la concepción del mundo y de la personalidad, de la aparición de la autoconciencia y la base para este hecho es el pensamiento en conceptos. Pensar a base de conceptos significa poseer un determinado sistema ya preparado y una determinada forma de pensar.

Se hace énfasis finalmente en que toda la experiencia del hombre culto actual, el mundo externo, la realidad externa y nuestra realidad interna, están representados en un determinado sistema de conceptos; y que los rasgos sociales y de clase se forman en la persona a partir de sistemas interiorizados que surgen de las relaciones sociales que son trasladadas a la personalidad.

2.6. Aprendizaje y desarrollo.

Los procesos de aprendizaje y desarrollo según Vygotski (1934) son interdependientes, es decir, no hay desarrollo sin aprendizaje ni aprendizaje sin desarrollo previo.

Considera que el proceso de aprendizaje consiste en una internalización progresiva de instrumentos mediadores; por ello debe iniciarse siempre en el exterior, por procesos de aprendizaje que sólo más adelante se transforman en procesos de desarrollo interno. En consecuencia, entiende que el aprendizaje precede temporalmente al desarrollo, que la asociación precede a la reestructuración. Sin embargo, esta precedencia temporal queda manifiesta en la distinción Vygotskiana entre dos niveles de desarrollo o dos tipos de conocimiento en las personas (Riviere, 1988).

Vygotski afirma que para poder establecer una relación entre el desarrollo y las habilidades para el aprendizaje hay que considerar dos niveles de desarrollo: el desarrollo actual y el desarrollo potencial. El desarrollo actual o efectivo está determinado por la capacidad del niño para resolver problemas por sí mismo. El desarrollo potencial está determinado por su capacidad para resolver problemas en colaboración con un compañero más capaz bajo la guía de un adulto (Ursini, 1996).

Según Pozo (1996), para Vygotski el rendimiento medido habitualmente mediante test o incluso a través del método clínico se corresponde con el nivel de desarrollo

efectivo, éste representa los mediadores ya internalizados por el sujeto. En cambio, el nivel de desarrollo potencial está constituido por lo que el individuo es capaz de hacer con ayuda de otras personas o de instrumentos mediadores externamente proporcionados; es decir, se trata de determinar los mediadores que el sujeto usa externamente pero que aún no ha internalizado. La diferencia entre el desarrollo efectivo y el potencial sería la Zona de Desarrollo Potencial de ese sujeto en esa tarea.

Vygotski define la Zona de Desarrollo Potencial o Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) como la distancia entre el nivel de desarrollo actual y el nivel de desarrollo potencial. Considera que un aspecto esencial del nivel de aprendizaje es que éste crea la ZDP, esto es, el aprendizaje despierta una variedad de procesos de desarrollo que son capaces de operar sólo cuando el niño interactúa con otras personas de su ambiente, en colaboración con sus compañeros o bajo la guía de un adulto (Riviere, 1988).

Se considera, según Mc Lane (1987), que el dominio de un concepto nuevo es una consecuencia de la interacción con alguien más competente, y es precisamente esta interacción la que crea la ZDP, que resulta como consecuencia de las negociaciones que se establecen entre el niño y el experto.

Esta idea de Vygotski la pusimos en práctica en nuestro trabajo, al buscar la interacción de los alumnos más capaces con el resto del grupo para crear la ZDP y así estimular el desarrollo potencial de los mismo en matemática.

En contraste con quienes consideran como Piaget, que la instrucción que se puede impartir depende del nivel de desarrollo alcanzado, Vygotski considera que la instrucción es buena sólo cuando se adelanta al desarrollo. De este modo despierta y da vida a aquellas funciones que están en proceso de maduración y que están en la zona de desarrollo próximo (Rogoff y Wertsch, 1984; en Ursini, 1996).

Vygotski estima que es el desarrollo potencial el que debe atraer el mayor interés, no sólo de los psicólogos sino también de los educadores.

Esta idea hace que la posición de Vygotski con respecto al aprendizaje resulte, una vez más, muy actual, al situar los procesos de aprendizaje en estrecha vinculación con la instrucción, una de las áreas en auge dentro de la psicología cognitiva actual (Glasser y otros, 1985; en Pozo, 1996).

De este modo, afirma Torres (1994) que la obra científica de Vygotski y sus seguidores proporciona aportes específicos a la concepción de la enseñanza, que pueden concretarse en las siguientes apreciaciones:

- El aprendizaje es una actividad social y no sólo un proceso de realización individual.
- El buen aprendizaje es sólo aquel que precede al desarrollo mental. La enseñanza ha de ser fuente del desarrollo psíquico del individuo, lo que Vygotski expresa en el concepto de ZDP.

2.6.1. Aprendizaje Cooperativo.

Vygotski (1931) comenta que en los antiguos liceos, los seminarios, los colegios de señoritas, no eran los maestros ni los celadores quienes en último término educaban, sino el medio social establecido en cada uno de esos centros de enseñanza. Esto indica, según Vygotski, que va desapareciendo la idea tradicional del maestro como actor principal y casi único del proceso educativo. Desde un punto de vista científico el maestro es sólo el organizador del medio educativo social y controlador de la interacción de ese medio con cada alumno.

En ese sentido, los aportes de Vygotski destacan los efectos de la interacción entre pares sobre las construcciones cognoscitivas y la influencia del contexto social sobre el aprendizaje, lo que resalta la importancia del aprendizaje cooperativo para el proceso de enseñanza.

Esto se observa claramente en uno de los planteamientos centrales de Vygotski que consisten en explicar las etapas que transita el sujeto durante el proceso: primero, lo que es capaz de hacer con ayuda de otro (coordinaciones interindividuales) y luego lo que es capaz de hacer por sí mismo (coordinaciones intraindividuales). Es decir, que el educando pasa del aprendizaje social al individual (Vygotski, 1931).

En este sentido, Bloom (1976, citado por Ramos, 1996) plantea que un buen sistema instruccional se caracteriza por minimizar las diferencias de rendimiento dentro

de los grupos y procurar que las actividades se desarrollan con un alto nivel de satisfacción.

El papel del docente en cualquier metodología es la de facilitar y mediar de forma tal que las actividades promuevan que el estudiante construya su conocimiento (Coll, 1991, citado por Ramos, 1996). Si entendemos que el estudiante construye su conocimiento y que esta construcción es más eficiente cuando trabaja en la zona de desarrollo próximo, la labor del maestro, más que enseñar, es mediatizar el aprendizaje de los estudiantes (Morera, 2000).

Más aún, Ovejero (2000) señala lo siguiente: *“En educación, que yo sepa, no existe mejor método que el de aprendizaje cooperativo para fomentar esa interacción social y esa comunicación, tan eficaces para el aprendizaje”*.

Ursini (1996) destaca el comentario que hizo Angel Riviere en su brillante intervención en el Simposio Internacional “Vygotski en la Psicología y en la Educación” realizado en Cuernavaca, México. Decía Riviere que la de Vygotski era una perspectiva profundamente optimista, dado que de una manera coherente con el marxismo cree profunda y sinceramente en la posibilidad de formar, a través de la educación, al hombre nuevo. Quizás sus ideas resuenen en nosotros y nos lleven a encontrar una visión optimista de los alcances de la educación para formar un hombre mejor.

3. PROCESOS DIDÁCTICOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE.

La didáctica es la ciencia que nos permite estudiar todo lo relacionado con los procesos de enseñanza y aprendizaje de cualquier disciplina. Es la ciencia de la educación que investiga la enseñanza y sistematiza los conocimientos que se generan para mejorar la práctica pedagógica.

Por ello, para estudiar los procesos didácticos básicos de enseñanza y aprendizaje nos apoyamos en la misma, ya que ésta es la ciencia que nos permite orientar nuestra labor docente de manera eficaz.

El profesor comprometido con su tarea de orientar los aprendizajes de sus alumnos, siempre está en la búsqueda de aquello que le permita este propósito.

Para ello cuenta con tres procesos didácticos que se dan, sobre todo, en la educación universitaria. Estos procesos didácticos poseen una enorme importancia para la formación integral de los estudiantes y los podemos clasificar en:

- Proceso de heteroestructuración.
- Proceso de auto e interestructuración .
- Proceso de interacción y socioestructuración .

Huertas (1993, citado por Batista, 2000) señala que en el proceso de heteroestructuración se parte del supuesto que el docente posee la capacidad de acceder al

conocimiento y transmitirlo al estudiante; en la interestructuración lo fundamental es la interacción dialéctica sujeto – objeto y en la socioestructuración, el conocimiento del objeto y del aprendizaje es cooperativo.

3.1. Proceso de heteroestructuración.

Se define como el proceso mediante el cual el docente, a través de un medio educativo instruccional o cognitivo, facilita el conocimiento a los estudiantes, para que éstos, haciendo un esfuerzo humano y cognitivo, accedan a él lo construyan y/o reconstruyan en forma significativa y relevante.

La heteroestructuración se caracteriza como una perspectiva en la cual el objetivo fundamental es transformar al alumno, mediante las acciones del docente. Sin embargo, hay que aclarar que estas acciones no se realizan de forma unidireccional, autoritaria o verbalista, ya que aquí se pondera la mediación y facilitación de conocimientos de forma estructurada, para que permitan el logro de aprendizajes significativos.

La heteroestructuración no es un proceso didáctico “bancario”, sino “dialógico”, con mucha actividad por parte del alumno.

El mundo actual y nuestra sociedad exigen del docente universitario una profunda preparación científica y pedagógica, ya que el profesor constituye fuente privilegiada de

información, no sólo respondiendo a las demandas de los estudiantes sino proporcionando de forma contextualizada aquello que considera necesario para el desarrollo de las cualidades de enseñanza y aprendizaje (Feuerstein, 1980; citado por Batista 2000).

En este punto es importante señalar que en la docencia universitaria existen dos métodos didácticos de mayor uso basados en el proceso de heteroestructuración; ellos son: el método de comunicación verbal del docente y el método que hace uso de diferentes medios educativos (impresos y audiovisuales).

El proceso de heteroestructuración es uno de los más criticados. Sin embargo, es el más utilizado por los profesores universitarios y se señala que si el mismo se desarrolla con un gran número de técnicas didácticas, son éstas las que hacen la diferencia para que sea meramente transmisivo o por el contrario para que sea participativo y elaborativo.

3.2. Proceso de Auto e Interestructuración

Se define la autoestructuración como el proceso por el cual el estudiante se transforma en un agente activo y toma la iniciativa personal y cognitiva de aprender, organizándose y organizando los conocimientos y los ambientes para aprehenderlos en forma autónoma, independiente o autodirigida.

El proceso didáctico de interestructuración es un proceso dialéctico y cognitivo por medio del cual el estudiante, como sujeto cognoscente, accede y construye, mediante la interacción Sujeto- Objeto, el conocimiento.

El proceso de autoestructuración es de importancia fundamental para que se dé el aprendizaje, ya que en el mismo el estudiante aprende en forma independiente, con mucha responsabilidad, autodisciplina, regulando su propio aprendizaje. La función del docente es la de orientar, estimular y guiar a los aprendices o alumnos, para que logren los aprendizajes.

Sabemos que para que el estudiante aprenda no basta con ver y oír al profesor desarrollar un determinado tema; es necesario que él mismo se comprometa con su aprendizaje.

Se resalta que el proceso de autoestructuración está íntimamente ligado al de interestructuración ya que éste último le permite al estudiante desplegar su actividad mental constructiva y acceder y construir su propio conocimiento.

3.3. Proceso de Interacción y Socioestructuración.

El proceso de interacción y socioestructuración se define como un proceso social mediante el cual los estudiantes, entre sí y entre ellos y el profesor, interaccionan para

construir y socioconstruir o socioestructurar el conocimiento, como también sus esquemas y estructuras cognitivas de pensamiento y conocimiento.

Sin restarle importancia a los dos procesos anteriores, se considera que el proceso de interacción y socioestructuración es, en la actualidad, el más significativo para un proceso de enseñanza y aprendizaje eficaz.

Hernández y Díaz (1998) consideran que sin dejar de reconocer que la enseñanza deba individualizarse en el sentido de permitir a cada alumno trabajar con independencia y a su propio ritmo, también es importante promover la elaboración y el trabajo grupal.

Además, Batista (2000) indica que: *“aprender con otros, en grupo, mediado por los más competentes, es una impronta educativa que se impone en nuestra educación universitaria para el logro de aprendizajes significativos y de mejor calidad, en los estudiantes”*.

Los procesos de interacción y socioestructuración del conocimiento tienen sus fundamentos psicopedagógicos en la teoría sociocultural de Lev Vygotski, destacando el primero como un proceso cognitivo de aprendizaje crítico y reflexivo y el segundo como un proceso cognitivo, de aprendizaje cooperativo y colaborativo.

Nos interesan estos dos procesos porque la experiencia nos indica que particularmente en el aprendizaje de la matemática, son pocos los estudiantes que

aprenden de manera hetero y autoestructurante, y son muchos los que necesitan de la inter y socioestructuración para acceder y construir los conocimientos matemáticos. Además, en matemática es muy necesario reflexionar para comprender los contenidos y es mediante la comunicación entre los estudiantes que se logra este objetivo y así también aprendizajes significativos.

La enseñanza es un proceso de construcción cooperativa del conocimiento, mediante el pensamiento reflexivo y crítico. La enseñanza no es algo que se le hace a alguien, sino que se hace con alguien. Implica un proceso de construcción social del conocimiento.

Contreras (1994, citado por Batista 2000) dice que para que este proceso didáctico se lleve a efecto eficazmente es necesario utilizar los métodos, técnicas y estrategias que se basen en el trabajo grupal y cooperativo.

4. MÉTODOS DIDÁCTICOS.

El término método deriva del latín *methodus*, que a su vez proviene de dos voces griegas: *meta* (fin) y *hodos* (camino); que quiere decir camino para llegar a un fin; manera de hacer bien algo.

Se afirma que el método tiene gran importancia en el quehacer humano, porque contribuye a la economía de tiempo, de energía y de recursos, así como al logro de fines previstos.

En particular, haremos referencia al método didáctico a nivel de la ciencia pedagógica; con él se persigue una orientación que permita al docente el uso de procedimientos para el logro de aprendizajes en los estudiantes.

Los métodos didácticos son instrumentos a disposición del profesor, que él debe utilizar según su criterio y de acuerdo con su habilidad de formador de valores en los estudiantes.

Siguiendo a F.M. Molero (1993), citado por Batista (2000) se tiene que un método didáctico es ante todo un conjunto de acciones estructuradas, en mayor o menor grado, conforme a procedimientos, formas verbales y modos docentes para la enseñanza - aprendizaje de una disciplina, apropiada a ciertos logros, en espacio y tiempo determinados y con los recursos pertinentes.

Los métodos didácticos también se conocen como métodos de enseñanza pues, como se ha dicho anteriormente, mediante estos el docente orienta su práctica pedagógica para favorecer y lograr aprendizajes en sus alumnos. El conocimiento y puesta en práctica de estos métodos se constituye en la herramienta fundamental de un docente, ya que le da

la posibilidad de tomar la mejor decisión a la hora de dirigir los procesos didácticos de enseñanza y de aprendizaje.

A continuación, se trata en particular el método didáctico de aprendizaje cooperativo, por ser éste el que dirige nuestro trabajo.

4.1. Método de Aprendizaje Cooperativo y/o Colaborativo.

La historia hace referencia al trabajo cooperativo como el medio que utilizaron muchas personas para alcanzar el desarrollo y progreso de sus pueblos. Sin embargo, como señalan Johnson y Johnson (1987, citados por Lobato, 1998) parece que la idea de aprendizaje cooperativo surge a principios del siglo XX en los Estados Unidos de América, cuando F. Parker, responsable de la escuela pública en Massachussets, aplica el método cooperativo y difunde este procedimiento de modo que sobresale dentro de la cultura escolar americana, en los inicios del siglo pasado.

La práctica de método cooperativo tiene un auge en los años setenta en Estados Unidos y Canadá y se extiende posteriormente a otros países como Italia, Suecia y España, entre otros.

Actualmente existen institutos de investigación que trabajan en esta línea y se señalan como tendencias de investigación del aprendizaje cooperativo (Lobato, 1998):

- Learning Together de D.W. Johnson y R.T. Johnson.
- Student Team Learning de Slavin.
- Group Investigation de Sharan.
- Structural Approach de Kagan y Kagan.
- Complex Instruction de Cohen.
- Collaborative Approach.

Existen muchos métodos didácticos que le permiten al docente realizar su práctica educativa, de manera efectiva. Entre ellos tenemos a los que están vinculados a los procesos de interacción y socioestructuración del conocimiento, como por ejemplo: el método de aprendizaje guiado, el de pequeños grupos y el método de aprendizaje cooperativo.

Utilizaremos en el presente trabajo el método de aprendizaje cooperativo que, como se mencionó anteriormente, se apoya en muchos estudios e investigaciones que se han realizado a través del tiempo. Sin embargo, tomamos como fundamento lo planteado por Lev Vygotski en su teoría sociocultural del aprendizaje, ya que ésta se relaciona y ajusta directamente con el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Hasta el momento, los seguidores de la corriente socio-cultural indican que la interacción que se establece entre el alumno y los contenidos es fundamental para el aprendizaje, pero que de igual o mayor importancia son las interacciones que establece el alumno con las personas que lo rodean, específicamente con los compañeros y el

profesor. Afirman, además, que en una situación instruccional, se logran aprendizajes significativos, cuando los alumnos parten de sus marcos personales de referencia para luego profundizar e internalizar el nuevo conocimiento mediante la acción conjunta y los intercambios comunicativos en un proceso de negociación, orientado por el docente.

Por ello es que Díaz (1998) afirma que: *“Sin dejar de reconocer que la instrucción debe individualizarse, en el sentido de permitir a cada alumno trabajar con independencia y a su propio ritmo, también es importante promover la colaboración y el trabajo grupal, ... se ha demostrado que los estudiantes aprenden más, les agrada más la escuela, establecen mejores relaciones con los demás, aumenta su autoestima y aprenden habilidades sociales más efectivas, cuando trabajan en grupos cooperativos”*.

El aprendizaje de los alumnos es un proceso complejo y está sujeto a muchos cambios. En relación a esto, Vygotski valora el aporte Piagetiano para el aprendizaje, en el cual se considera como vital, la estructura y el uso de la actividad cognitiva del individuo para acceder y construir el conocimiento, pero centra su teoría en el desarrollo ontogenético como instrumento psíquico y sociohistórico esencial para aprender, lo que se constituye en uno de sus aportes más importantes al proceso de aprendizaje.

Manifiesta Vygotski que es en el trabajo en grupos cooperativos donde el docente y los alumnos pueden cooperar con los menos favorecidos en su desarrollo cognitivo y se les da la oportunidad de tener acceso al conocimiento y mejorar sus aprendizajes. Batista (2000) indica: El aprendizaje cooperativo representa la ayuda del que más sabe, más

domina y posee mejores procesos, procedimientos y habilidades para aprender o de lo aprendido, para traspasárselo o realizar ese “*transfer de competencias*” al compañero que más lo necesita, de modo que aprenda algún conocimiento conceptual, procedimental o actitudinal en el que tiene dificultad.

De este modo, la matemática se constituye en una asignatura particularmente especial y no es fácil su aprendizaje; por ello se debe buscar la mediación tanto del docente como de los compañeros más capaces para lograr su aprendizaje.

Para entender las matemáticas, Flores (1996) dice que hay autores como Hiebert y Carpenter que afirman que los alumnos necesitan formar representaciones internas mentales, de los conceptos matemáticos y necesitan formar conexiones entre ellos. Los alumnos también necesitan formar conexiones entre estas representaciones internas y las representaciones externas, tales como materiales concretos que incorporan los conceptos matemáticos abstractos. Así mismo, los alumnos necesitan formar conexiones entre las representaciones y los símbolos usados para denotar los conceptos

Inicialmente, señala Lobato (1998), el aprendizaje cooperativo se puede definir como un método y un conjunto de técnicas de conducción del aula en el cual los estudiantes trabajan en unas condiciones determinadas en grupos pequeños desarrollando una actividad de aprendizaje y recibiendo evaluación de los resultados conseguidos.

Dubinsky (1996) dice que *“el aprendizaje cooperativo proporciona un medio ambiente social que conduce al desarrollo conceptual y el trabajo en grupos tiende a ayudar a los estudiantes a considerar métodos alternativos y a hacer conciencia de las estructuras que están construyendo”*.

El método de aprendizaje cooperativo se utiliza con la finalidad de que el alumno más competente ayude al que más lo necesita, ya sea en forma de diada o grupal.

Tomando como base lo anteriormente expuesto y considerándolo fundamental para un proceso de enseñanza eficaz y un aprendizaje significativo, se describen seguidamente algunos aspectos importantes que han propuesto estudiosos e investigadores, sobre el tema.

- Función o Actividad docente.

La enseñanza de la matemática implica no sólo un conocimiento y dominio profundo de la asignatura, sino también una búsqueda sistemática y constante de estrategias, a fin de lograr aprendizajes que sean significativos para los estudiantes. Según Mancera (2002), *“El conocimiento o dominio, por parte del maestro, de una disciplina, aunque fundamental, no es suficiente para comunicar, convencer, motivar, encausar y propiciar actitudes positivas en los estudiantes”*.

Actualmente es el aprendizaje de los alumnos el objeto y la finalidad de la práctica docente, por ello, el papel del profesor como transmisor del saber está declinando para dar paso al papel de mediador y propiciador de aprendizajes significativos y relevantes.

En la perspectiva constructivista el papel fundamental del docente es dirigir la motivación de sus alumnos para que construyan su propio aprendizaje, guiados por él. Es decir, aquí la educación se convierte en un proceso de construcción conjunta del conocimiento, entre el profesor y sus alumnos.

Una de las alternativas que existen en la actualidad para guiar el trabajo docente, es el uso del método de aprendizaje cooperativo que tiene como finalidad principal elevar el rendimiento académico y mejorar las actitudes de los estudiantes.

El Centro de Aprendizaje Cooperativo de la Universidad de Minnesota en Estados Unidos, propone dieciocho (18) pasos que se deben seguir en el proceso de enseñanza con base en situaciones de aprendizaje cooperativo (Díaz, 1998) y ellos son:

1. Especificar objetivos de enseñanza.
2. Decidir el tamaño del grupo.
3. Asignar estudiantes a los grupos.
4. Acondicionar el aula.
5. Planear los materiales de enseñanza para promover la interdependencia.
6. Asignar los roles para asegurar la interdependencia.

7. Explicar la tarea académica.
8. Estructurar la meta grupal de inte.dependencia positiva.
9. Estructurar la valoración individual.
10. Estructurar la cooperación intergrupo.
11. Explicar los criterios del éxito.
12. Especificar las conductas deseadas.
13. Monitorear la conducta de los estudiantes.
14. Proporcionar asistencia en relación con la tarea.
15. Intervenir para enseñar habilidades de colaboración.
16. Proporcionar un cierre a la lección.
17. Evaluar la calidad y cantidad del aprendizaje de los alumnos.
18. Valorar el buen funcionamiento del grupo.

Para tener éxito con el método de aprendizaje cooperativo se recomienda trabajar con cinco (5) tipos de estrategias:

1. Especificar con claridad los propósitos del curso y la lección en particular.
2. Tomar ciertas decisiones respecto a la forma en que se ubicará a los alumnos en grupos de aprendizaje previamente a que se produzca la enseñanza.
3. Explicar con claridad a los estudiantes la tarea y la estructura de la meta.
4. Monitorear la efectividad de los grupos de aprendizaje cooperativo e intervenir para proveer asistencia en las tareas, responder preguntas, enseñar habilidades e incrementar las habilidades interpersonales del grupo.

5. Evaluar el nivel de logro de los estudiantes y ayudarles a discutir qué tan bien colaboraron unos con otros.

Además, es necesario elaborar dos (2) tipos de objetivos:

1. Los objetivos académicos: son los que se relacionan con el contenido curricular y deben contemplar el nivel conceptual, la motivación y los conocimientos previos de los alumnos.
2. Los objetivos para el desarrollo de la habilidades de colaboración, que deben incluir aquellas habilidades de cooperación que se desean enfatizar.

En relación a la forma en que el docente debe trabajar con grupos cooperativos, se señalan los siguientes aspectos:

1. Tamaño de los grupos: Se recomienda un máximo de seis (6) estudiantes por grupo, pero el rango puede variar de dos (2) a seis (6). Le corresponde al profesor decidir el tamaño óptimo considerando algunos principios, detallados a continuación:

- Conforme se incrementa el tamaño del grupo el rango de habilidades, destrezas, experiencia, etcétera, aumenta el número de mentes disponibles para pensar y aprender.
- Mientras más grande sea el grupo, los miembros más hábiles deben dar oportunidad a cada participante para hablar, coordinar las acciones del grupo, alcanzar el consenso, mantener buenas relaciones de trabajo, etcétera.
- Los materiales disponibles o la naturaleza misma de la tarea pueden llegar a dictar el tamaño del grupo.

- Mientras menor sea el tiempo disponible, es más apropiado que el tamaño del grupo sea más pequeño.

2. Arreglo del aula: Se recomienda acomodar a los alumnos en círculos de trabajo que les permita tener contacto visual con todos los demás miembros del grupo, compartir los materiales de trabajo y establecer una relación personal sin interferir con los otros grupos.

3. Conformación de los grupos: Los grupos de trabajo cooperativo deben ser heterogéneos, colocando alumnos de nivel alto, medio y bajo (en rendimiento académico u otro tipo de habilidades) dentro del mismo grupo. Para un mejor desempeño de los grupos, se recomienda establecer roles que estén interconectados y que sean rotativos; entre ellos, los más importantes son:

- Un compendiador: Se encarga de resumir las principales conclusiones o respuestas generadas por el grupo.
- Un inspector: Se asegura que todos los miembros del grupo puedan decir claramente cómo arribaron a una conclusión o respuesta.
- Un entrenador: Se encarga de corregir los errores de las explicaciones o resúmenes de los otros miembros.
- Un narrador: Tiene como tarea pedir a los integrantes del grupo relacionar los nuevos conceptos y estrategias con el material aprendido previamente.
- Un investigador- mensajero: Consigue los materiales que el grupo necesita y se comunica con los otros grupos y con el profesor.

- Un registrador: Escribe las decisiones del grupo y edita el reporte del trabajo asignado.
- Un animador: Refuerza las contribuciones de los miembros del grupo.
- Un observador: Cuida que el grupo esté colaborando de manera adecuada.

Es importante resaltar aquí que un alumno puede asumir una o más funciones, dependiendo del tamaño del grupo.

4. Evaluación: Según Díaz (1998), la evaluación requiere conjugar los aspectos cuantitativos y cualitativos del aprendizaje logrado por los alumnos así como conciliar los estándares planteados para toda la clase con los criterios logrados por cada equipo.

En la evaluación el profesor debe estructurar metas que permitan una valoración personal y una interdependencia positiva entre los alumnos; para ello puede considerar los siguientes aspectos:

- Pedir al grupo que produzca al menos un producto de trabajo conjunto (reporte, proyecto, ensayo, un conjunto de problemas o respuestas que han sido logradas por acuerdo en el grupo, etcétera).
- Proporcionar recompensas al grupo en relación al desempeño conjunto de todos los integrantes.
- Evaluar a cada integrante en lo personal, para lo cual el docente puede aplicar algunas pruebas, formular preguntas al azar a varios alumnos, solicitar al

inspector, observador o narrador que describan la dinámica y logros del trabajo realizado, etcétera.

- Hacer una evaluación del funcionamiento del grupo que implica una reflexión compartida entre el docente y los equipos de trabajos.
- Pedir a cada alumno una coevaluación que debe ir firmada por cada uno de los miembros del grupo.

5. Preparación del docente: Para trabajar con grupos cooperativos es fundamental que el profesor esté bien preparado, debe dominar la teoría y la práctica y para ello debe estudiar los modelos y teorías acerca de la dinámica de grupos, particularmente de los grupos cooperativos. Antes de iniciar los trabajos en grupos, el profesor debe:

- Preparar cuidadosamente cada sesión de trabajo así como la secuencia de todas las sesiones.
- Promover y enseñar habilidades sociales tales como:
 - Conocerse y confiar unos en otros.
 - Comunicarse de manera precisa y sin ambigüedades.
 - Aceptarse y apoyarse unos a otros.
 - Resolver conflictos constructivamente.

Presentamos aquí un esquema que contrasta la acción del docente errónea y la efectiva, con respecto al manejo de grupos cooperativos (Díaz, 1998).

Errores	Prácticas efectivas
<ul style="list-style-type: none"> • Desconoce si los alumnos se están ayudando unos a otros • Sólo el reconocimiento del profesor es importante. • Reconoce sólo a las pocas “superestrellas” de la clase. • Trivializa las recompensas al premiar a los alumnos por cualquier cosa. • Enfatiza la evaluación formal. 	<ul style="list-style-type: none"> • Monitorea constantemente a los equipos para hacer la ayuda visible. • Existe reconocimiento y respeto de los compañeros. • Reconoce a casi todo el mundo. • Sólo recompensa acciones valiosas que han sido completadas. • Enfatiza el reconocimiento interpersonal.

- **Rol del Alumno:** Aquí, es necesario hacer énfasis en que para lograr un aprendizaje significativo de la matemática, no sólo es fundamental que el profesor propicie la actividad constructiva del conocimiento, sino que es todavía más importante, que el alumno participe activamente con sus propias posibilidades en la construcción del mismo (Mancera, 2000).

El alumno tiene un papel fundamental en el proceso de aprendizaje de una disciplina ya que nadie aprende por otro. Debe ser consciente que él es responsable de su propio aprendizaje y que para lograrlo sólo necesita un poco de esfuerzo y dedicación.

Para construir el conocimiento en matemática es muy importante la actividad del alumno y ésta se logra a través de la comunicación y la interacción con sus compañeros y el profesor. Como bien dice Mancera (2000) la interacción humana propicia la negociación de significados y esto es precisamente lo que puede enriquecer nuestros conocimientos o ayudar a corregir concepciones falsas o limitadas.

Se propone el trabajo en grupos cooperativos como una alternativa para que los alumnos puedan interactuar y comunicarse unos con otros. Ahora bien, en todo grupo hay personas que tienen más habilidades y capacidades que otras, por ello, en el trabajo en grupos cooperativos los alumnos se dividen, en los que necesitan ayuda y los que pueden ayudar.

En la posición constructivista del aprendizaje fundamentada en Vygotski, se le da casi igual importancia a la ayuda que brinda el docente y a la que realizan los compañeros más competentes. Se afirma que un estudiante sobresaliente no sólo en lo académico sino también en su desarrollo cognoscitivo, puede constituirse en una verdadera ayuda en el aprendizaje de los menos capaces o que requieren de más colaboración.

Con el trabajo en grupos cooperativos se aspira a que los alumnos más aventajados ayuden a los que tienen dificultad para aprender, sin embargo se sabe que esto no es fácil, ya que requiere del alumno un alto nivel de madurez, de seguridad en sí

mismo, de atributos personales e intelectuales, de capacidad de razonamiento, de habilidades sociales y, sobre todo, un serio compromiso con los compañeros.

Le corresponde al docente estimular y propiciar que estos alumnos aventajados estén dispuestos a colaborar ya que es muy importante que lo hagan porque sienten ese deseo de ayudar, no sólo facilitando el acceso al conocimiento sino compartiendo con los compañeros aquellas estrategias cognitivas de aprendizaje que a ellos les han servido para aprender a pensar y a aprender de manera significativa.

- Rol de los Grupos Cooperativos.

Se entiende que un grupo es un conjunto de personas que interactúan directamente entre sí (cara a cara), reunidas para alcanzar un objetivo común y que llegan a integrar una formación relativamente estable en el tiempo con una determinada estructura (roles o papeles y reglas o normas grupales) y procesos dinámicos internos (Chivas, 1992)

El trabajo en grupos cooperativos va más allá de una simple suma de varios individuos, ya que con él se establecen metas que benefician a todos los miembros del grupo, por ello, el equipo trabaja de forma tal que todos participen y se ayuden mutuamente hasta asegurarse que los miembros del grupo han comprendido y completado la actividad con éxito.

El grupo, dice (Batista, 2000), provee y favorece una mejor interacción y apropiación de los instrumentos sociohistóricos y psicológicos para aprender; permite ampliar el contexto sociocultural a la vez que aporta herramientas socioculturales y cognitivas para aprender.

Se señala que el trabajo en grupos aporta numerosas ventajas, entre las cuales están las siguientes (Chivas, 1992):

1. Sirve de punto de comparación al individuo.
2. Permite evaluar las habilidades y capacidades individuales.
3. Ofrece distintos estilos y estrategias de actuación que pueden usarse como modelo.
4. Proporciona una retroinformación más rica y variada que la que puede aportar un solo individuo.
5. Incrementa las expectativas de cada persona ante un problema
6. Hace disminuir la ansiedad al enfrentar la tarea, al ver que no se está solo y que otros confrontan un problema similar.

Además, diversos autores (Díaz, 1998; Ovejero, 2000) señalan otras ventajas que se logran con los grupos cooperativos:

1. Permite que los alumnos pasen al plano de la reflexión metacognoscitiva sobre sus procesos y productos de trabajo.

2. La interacción con los compañeros hace posible el aprendizaje de actitudes, valores, habilidades e información específica que el adulto es incapaz de proporcionar al joven.
3. Se disminuye la dependencia de los estudiantes del profesor ya que aumenta la responsabilidad de los mismos por su propio aprendizaje.
4. Las relaciones entre iguales se constituyen para algunos estudiantes en las primeras relaciones en la cual tienen lugar aspectos como la socialización, la adquisición de competencias sociales, el control de los impulsos agresivos, etcétera.
5. Aumenta la obediencia en el salón de clase y modelos a los procesos que los individuos usan al colaborar.
6. El docente puede utilizar el trabajo cooperativo para promover que sus alumnos:
 - Disfruten el aprendizaje
 - Se sientan involucrados en sus relaciones con los compañeros que se preocupan por ellos y los apoyan.
 - Sean capaces de influir en las personas con quienes están involucrados.

Todo grupo cooperativo se organiza con la finalidad de que los alumnos influyan unos en los otros para lograr aprendizajes significativos y como se ha mencionado cada uno tiene un rol específico dentro del grupo que va a permitir la integración de todos y así lograr la meta en común.

Ahora bien, para que ocurra lo descrito antes y el grupo sea efectivo, se deben considerar aspectos que contribuyan a la buena realización de la tarea. Entre estos aspectos están los siguientes:

1. Crear un clima agradable, el cual se logra propiciando un ambiente de confianza, garantizando condiciones ambientales adecuadas, estimulando la receptividad ante cualquier idea y no la crítica y la aceptación de los presentes con sus virtudes y defectos.
2. Procurar que la comunicación grupal no ocurra en línea recta sino en redes, no en un sentido o en dos sino en múltiples direcciones para lo cual resulta imprescindible un clima abierto y franco.
3. Propiciar que los miembros del grupo se comprendan y se respeten entre sí, que establezcan lineamientos para tomar decisiones, que enfrenten los conflictos abiertamente y los resuelvan de forma constructiva y, lo más importante, que se responsabilicen de su aprendizaje y conducta.

- Características y Componentes del Aprendizaje Cooperativo.

Los estudios sobre aprendizaje cooperativo (Johnson y Johnson, 1987; citado por Díaz, 1998) confirman que este método de aprendizaje presenta características específicas muy particulares y se mencionan las siguientes:

1. Un elevado grado de igualdad: Que se entiende como el grado de simetría entre los roles que desempeñan los participantes en una actividad grupal. Para alcanzar

los objetivos y metas trazadas cada uno de los estudiantes debe realizar una serie de funciones, actividades y tareas que no son iguales para todos, pero para el éxito del trabajo es necesario que cada uno acepte esta responsabilidad y la considere igual de importante que las demás.

2. Un grado de mutualidad variable: Consiste en el grado de conexión, profundidad y bidireccionalidad que se da en la comunicación. Éste será efectivo cuando se promueva la planificación y la discusión conjunta, cuando se favorezca el intercambio de roles, se delimite la división del trabajo entre los miembros del grupo y cada alumno comprenda y practique la complementariedad.

También se describen los componentes esenciales del Aprendizaje Cooperativo de la siguiente manera:

1. Interdependencia positiva: Ésta se da cuando los estudiantes son conscientes del vínculo con sus compañeros de grupo, entendiendo que no pueden lograr el éxito sin ellos y que deben coordinar sus esfuerzos para poder cumplir con la tarea asignada. De esta manera los alumnos comparten sus recursos, se proporcionan apoyo mutuo y celebran juntos su éxito.
2. Interacción promocional cara a cara: La interacción cara a cara es fundamental ya que existe un conjunto de actividades cognitivas y dinámicas de tipo interpersonal que sólo ocurren cuando los alumnos interactúan entre sí en relación a la tarea, materiales y actividades (discusiones, explicaciones sobre cómo resolver problemas, sobre experiencias pasadas, etcétera).

A través de la interacción se tiene la posibilidad de ayudar y asistir a los demás, de influir los razonamientos y conclusiones del grupo, ofrecer modelamiento social y recompensas interpersonales, ejercer presión sobre los miembros poco motivados para trabajar y que unos ofrezcan retroinformación a los otros.

3. Valoración personal- responsabilidad individual: La finalidad de trabajar en grupos cooperativos es la de fortalecer académica y afectivamente a los alumnos. Por ello se requiere de una evaluación del avance personal que va hacia el individuo y su grupo. De este modo se puede conocer quién necesita apoyo para completar las actividades y así se evita que algunos no trabajen y no tengan éxito en el aprendizaje.
4. Desarrollo de estrategias sociales: Con el trabajo en grupos cooperativos los estudiantes aprenden habilidades sociales que se requieren para lograr una colaboración de alto nivel y así tener éxito en la tarea. Se aprende a superar los conflictos y tensiones con el fin de no alterar el trabajo conjunto.
5. Búsqueda del espíritu de equipo: Se logra que cada uno dentro del grupo se sienta alguien, que sea aceptado y apreciado, respetado de tal forma que las relaciones del grupo le permiten desarrollar sus potencialidades. El sentido gratificante y satisfactorio de participación en un grupo por la atención que él recibe es lo que desarrolla el sentimiento de “nosotros”.
6. Procesamiento en grupo: Los miembros del grupo reflexionan y discuten entre sí sobre el logro de sus metas y de relaciones de trabajo efectivas.

En el cuadro que se presenta a continuación se contrastan los rasgos esenciales del trabajo en grupos cooperativos y en grupos tradicionales (Díaz, 1998).

Grupos de Aprendizaje Cooperativo	Grupos Tradicionales
<ul style="list-style-type: none"> • Interdependencia positiva. • Valoración individual. • Miembros heterogéneos. • Liderazgo compartido. • Responsabilidad por los demás. • Enfatiza la tarea y su mantenimiento. • Se enseñan directamente habilidades sociales. • El profesor observa e interviene. • Ocurre el procesamiento en grupo. 	<ul style="list-style-type: none"> • No hay interdependencia. • No hay valoración individual. • Miembros homogéneos. • Sólo hay un líder. • Responsabilidad por sí solo. • Sólo enfatiza la tarea. • Se presuponen o ignoran las habilidades sociales. • El maestro ignora a los grupos. • No hay procesamiento en grupo.

- Rendimiento Académico y actitud hacia la matemática

Los estudios e investigaciones que se han hecho, confirman que el trabajo en grupos cooperativos tiene efectos positivos en el rendimiento académico de los alumnos así como en las relaciones que se establecen entre ellos, lo que influye en el cambio de actitud hacia la matemática.

David y Roger Johnson, citados por Díaz (1998) después de hacer más de cien (100) investigaciones al respecto señalan que:

1. Rendimiento académico: Las situaciones de aprendizaje cooperativo eran superiores a las de aprendizaje competitivo e individualista en áreas (ciencias sociales, naturales, lenguaje y matemática) y en tareas muy diversas. También se observó que el rendimiento y los logros de aprendizaje son mayores cuando los alumnos deben preparar un trabajo final.
2. Relaciones socioafectivas: Se observaron mejoras notables en las relaciones interpersonales de los alumnos que habían tomado parte en situaciones cooperativas. Particularmente se incrementaron el respeto mutuo, la solidaridad y los sentimientos recíprocos de obligación y ayuda, así como la capacidad de adoptar perspectivas ajenas. Un efecto remarcable fue el incremento de la autoestima de los estudiantes, incluso de aquellos que habían tenido al inicio un rendimiento y autoestima bajos.

5. PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA Y SU RELACIÓN CON EL APRENDIZAJE COOPERATIVO.

La comunidad de especialistas e investigadores interesados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, han estado y están haciendo estudios en diferentes órdenes, entre otros en el pedagógico y psicológico, para contribuir con la elaboración del cuerpo de conocimientos denominado Didáctica de la Matemática o Matemática Educativa y que gira alrededor de ambos procesos.

Indica Gómez (1994) que la psicología de la educación matemática, mira la enseñanza y el aprendizaje de la misma, desde un enfoque nuevo, a pesar de que éste es un campo de conocimiento relativamente joven. El mismo intenta comprender qué hacen los alumnos cuando se encuentran frente a las matemáticas.

Se asume que el aprendizaje de las matemáticas tiene su propia psicología y que los estudiantes y profesores tienen ideas propias acerca de las matemáticas en las situaciones de aprendizaje.

De este modo, se intenta identificar teorías acerca del aprendizaje que aporten un fundamento para la enseñanza de la matemática, ya que se reconoce que las teorías del aprendizaje siguen influyendo en las concepciones de las personas implicadas en el proceso educativo.

En los últimos años y al interior de la educación matemática como disciplina, se ha acrecentado la influencia de la producción teórica de Vygotski y esto se evidencia en las indagaciones que se han hecho en torno a los conceptos científicos, al desarrollo de las acciones mediadas y al uso de instrumentos (Valdemoros, 1996).

Los aportes de Vygotski acerca del aprendizaje cooperativo y los efectos de la interacción entre pares sobre las construcciones cognitivas, destacan la influencia del contexto social sobre el aprendizaje de la matemática (Ramos, 1996).

La perspectiva de la interacción social ligada al desarrollo del conocimiento, queda manifiesta sobre el aprendizaje y enseñanza de la matemática, en el concepto de zona de desarrollo próximo.

Además, las investigaciones sobre métodos de enseñanza de la matemática, que se están realizando en nuestros días, indican que muchas de ellas se apoyan en el enfoque histórico-cultural de Vygotski y sus seguidores.

Ahora bien, la hipótesis constructivista considera que el conocimiento conceptual no puede transferirse como un producto elaborado de una persona a otra, sino que debe ser construido activamente desde la propia experiencia y no recibido pasivamente del entorno; por ello, la instrucción matemática debe buscar la comprensión de los conceptos y no basarse en la práctica repetitiva.

Ocurre también que la comunicación y la interacción humana son sumamente importantes para la construcción del conocimiento matemático. Dubinsky (1991) y Vidakovic (1993), citados por Cordero (1995) parten de una premisa sobre el conocimiento matemático y señalan que un conocimiento matemático en el individuo es su tendencia a responder ante situaciones matemáticas por un requerimiento del contexto social.

Por ello, cada vez más investigadores utilizan la noción de aprendizaje cooperativo, el cual permite entender el papel que juega un colectivo de estudiantes en el aprendizaje individual. Con el mismo se logra el desarrollo del espíritu colectivo, es decir, cada miembro del grupo es responsable por el aprendizaje de todos los demás miembros del grupo; también a través de la comunicación y explicación entre los miembros de un grupo se buscan alternativas para la resolución de problemas, corrección de errores y reflexiones sobre los procesos matemáticos.

Pero, como señala Mancera (2000), las discusiones entre alumnos no sólo sirven para entender lo que ellos están interpretando o para ayudar a la construcción del conocimiento sino que, además, sirven para inducir comportamientos necesarios para la vida democrática y participativa, para la formación de espíritus críticos y responsables. En suma, sirven para ayudarnos a realizar nuestra labor principal como maestros.

Por todo lo anterior, es necesario señalar y hacer énfasis en que la matemática no se aprende por repetición sino por la realización de la actividad matemática, la cual se

caracteriza por una indagación constante, por la búsqueda de una comprensión más profunda de los contenidos. Por ello, Mancera (2000) señala que las matemáticas se aprenden y enseñan eficazmente si el maestro propicia la actividad constructiva del conocimiento y el alumno participa, con sus propias posibilidades, en la construcción de su propios conceptos y estrategias.

Sin embargo, finalmente es importante tener claro que para aprender matemática, además del esfuerzo personal y de las capacidades individuales se requiere también de la confrontación de ideas, en fin, de la influencia del contexto social. En este sentido, coincidimos con Gómez (1994) y Mancera (2000) cuando afirman que para aprender matemática se requiere de la defensa de la propias conclusiones, de la comunicación entre alumnos, del trabajo en equipo porque esta interacción tiene un papel importante en el desarrollo de la inteligencia y permite hacer una evaluación de otras perspectivas y reconocer limitaciones y así aprender a considerar las relaciones matemáticas de varias formas.

CAPÍTULO III
ASPECTOS METODOLÓGICOS

En el presente capítulo se plantean los pasos que se siguieron en la elaboración de la investigación, los que incluyen: la hipótesis sometida a prueba, el tipo de estudio, técnicas e instrumentos, las variables, la población, el diseño de investigación y paradigma estadístico, el procedimiento seguido para la obtención, clasificación y análisis de los datos para determinar la validez de la hipótesis y, por último, se presenta la aplicación de ambos métodos.

1. TIPO DE ESTUDIO.

Se lleva a cabo una investigación cuyo diseño es correlacional – causal, ya que por ser un trabajo de carácter educativo, no es factible obtener un control absoluto sobre los eventos experimentales, así como tampoco es posible aleatorizar todas las variables extrañas. Además, se pretende medir si las variables se relacionan entre sí.

2. FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS.

En este trabajo nos planteamos la siguiente hipótesis:

HIPÓTESIS : “No existe diferencia, entre el rendimiento académico en matemática, de los estudiantes de primer año de Licenciatura en Administración

de Empresas que reciben enseñanza con el método tradicional y los que la reciben con el método de aprendizaje cooperativo”.

Para la prueba de hipótesis se tiene:

Hipótesis Estadísticas :

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$H_1: \mu_1 < \mu_2$ Los estudiantes que reciben enseñanza con el método tradicional presentan menor rendimiento que los que la reciben con el método de aprendizaje cooperativo.

Donde:

μ_1 es la calificación promedio del grupo control.

μ_2 es la calificación promedio del grupo experimental.

3. DEFINICIÓN OPERACIONAL DE VARIABLES.

Las variables que se tomaron en cuenta en esta investigación son las siguientes:

VARIABLE INDEPENDIENTE:

Método de Enseñanza (Tradicional y de Aprendizaje Cooperativo).

VARIABLE DEPENDIENTE:**Rendimiento Académico:**

Con el interés de unificar criterios, definimos para nuestro trabajo las variables que se emplean en el planteamiento de la hipótesis.

DEFINICIÓN CONCEPTUAL DE LAS VARIABLES.**RENDIMIENTO ACADÉMICO:**

Es el número de respuestas correctas en una prueba de lápiz y papel que se asume como la cantidad de conocimiento que es del dominio del estudiante sobre un tema determinado previamente.

MÉTODO DE ENSEÑANZA:

“Es un conjunto de momentos y técnicas lógicamente coordinadas para dirigir el aprendizaje del alumno hacia determinados objetivos” (García y Rodríguez, 1996).

MÉTODO TRADICIONAL:

Es el método de comunicación verbal o exposición centrado en el docente. Es sólo el modo que tiene el profesor de organizar y exponer la materia sin tomar en consideración el aprendizaje real del alumno.

Aquí el alumno es pasivo, memoriza mecánicamente y repite; se asignan tareas y sólo los que poseen aptitud para las matemáticas pueden entenderlas, los demás son pasivos en el aprendizaje.

MÉTODO DE APRENDIZAJE COOPERATIVO Y/O COLABORATIVO.

La concepción constructiva del aprendizaje cooperativo es aquella en que el alumno(a) construye su propio conocimiento mediante un complejo proceso interactivo en el que intervienen tres elementos claves: el alumno, el contenido y el profesor que actúa de mediador entre ambos. Este enfoque ha llevado a plantear que los propios alumnos(as) pueden ejercer en determinadas circunstancias una influencia educativa sobre sus compañeros, es decir, que sirvan también de mediadores (Barreto, 1994).

En matemática se aprende a través de procesos de pensamiento muy complejos y se ha evidenciado que sólo los estudiantes más capaces pueden acceder al conocimiento

matemático en tanto que la mayoría se queda sin aprender, desde luego, con bajo rendimiento. Por ello, compartimos con Batista (2000), quien afirma: *“...de lo que se trata es de que en ellos impere el compromiso con la colaboración para que los que más saben, más entienden, más comprenden y más estrategias de pensamiento han logrado para “aprender a aprender” colaboren con los que poseen un nivel de desarrollo inferior, estén ávidos de lograr aprendizajes significativos o desarrollos cognitivos mucho más avanzados”*.

Para este trabajo se consideró como única variable dependiente el rendimiento académico, para la prueba de hipótesis. Operacionalmente esta variable está constituida por la calificación promedio tanto del grupo experimental como del grupo de control, obtenidas de las puntuaciones logradas por los estudiantes en las pruebas aplicadas. La variable independiente, el método didáctico, es operacionalizada de la siguiente manera:

MÉTODO TRADICIONAL (GRUPO CONTROL):

- Se usa la técnica de exposición por parte del profesor para desarrollar el tema.
- El profesor resuelve ejemplos en el pizarrón y asigna prácticas individuales a los alumnos para resolver en el aula.
- Al final de la clase se asignan tareas que son resueltas en el pizarrón en la clase siguiente.

MÉTODO DE APRENDIZAJE COOPERATIVO (GRUPO EXPERIMENTAL):

Escogimos este método porque la experiencia nos indica que para el aprendizaje de la matemática existen estudiantes con muy buen rendimiento, pero son pocos, y la mayoría necesita de la ayuda de otros para aprender la misma. Este método nos da la oportunidad para que se dé esta interacción.

Esperamos comprobar que este método es efectivo y así mejorar el rendimiento académico en matemática.

Para aplicar el mismo, el profesor sigue en primer lugar la Técnica de Aprendizaje en Equipos (Student Team Learning, STL), de Slavin y colaboradores (citados por Díaz, 1998). La variante de esta técnica que se utiliza es la denominada TAI (Team assisted individuation). Aquí se combinan la enseñanza individualizada y la cooperación. Los alumnos pasan una prueba diagnóstica y reciben enseñanza individualizada.

Después forman grupos e intercambian con sus compañeros los conocimientos y respuestas a las unidades de trabajo. Se trabaja con guías proporcionadas por el profesor, con la posibilidad de pedir ayuda a los compañeros y/o al profesor. Los alumnos se ayudan entre sí para analizar y revisar las soluciones a los ejercicios y problemas planteados.

El profesor sigue los dieciocho (18) pasos propuestos por el Centro de Aprendizaje Cooperativo de la Universidad de Minnesota, las cinco estrategias de enseñanza, así como los dos tipos de objetivos recomendados para llevar a cabo la actividad docente y el diseño de situaciones de aprendizaje cooperativo, descritos en el Capítulo II.

Además del rendimiento académico consideramos, como variable dependiente, las actitudes; sin embargo, éstas no se incluyen en la prueba de hipótesis ya que sólo son tratadas con un análisis de tipo descriptivo.

La actitud de los estudiantes, en particular hacia la matemática, es un factor relevante en el proceso de aprendizaje de la misma. Por ello es de suma importancia que la consideremos en nuestro trabajo para lo cual debemos tener claro qué es la actitud.

Morgan (1977), define la actitud como una orientación o disposición aprendida hacia un objeto o situación que proporciona una tendencia a responder de una manera favorable o desfavorable hacia el objeto o situación.

También Kerlinger (1988) afirma que la actitud es una predisposición organizada para pensar, sentir, percibir y comportarse en cierta forma ante un referente de objeto cognoscitivo. Es una estructura estable de creencias que predispone al individuo a comportarse selectivamente ante referentes actitudinales.

Operacionalmente esta variable está constituida por las respuestas a la encuesta aplicada que contiene preguntas de carácter general (sexo, bachillerato, años de estudio y si trabaja), y una escala de actitud que constaba de veinte (20) afirmaciones, contemplando categorías como: naturaleza de la matemática, actividad, auto concepto, confianza, aspectos didácticos y nivel de agrado y éxito, para ser medida con la escala tipo Likert.

Las veinte (20) afirmaciones fueron codificadas de acuerdo con su dirección.

PUNTAJE EN DIRECCIÓN POSITIVA	PUNTAJE EN DIRECCIÓN NEGATIVA
5. Muy de acuerdo	1. Muy de acuerdo
4. De acuerdo	2. De acuerdo
3. Ni de acuerdo, ni en desacuerdo	3. Ni de acuerdo, ni en desacuerdo
2. En desacuerdo	4. En desacuerdo
1. Muy en desacuerdo	5. Muy en desacuerdo

El máximo en la escala utilizada es de cien (100) puntos y el mínimo de veinte (20) puntos. Como punto de corte se usaron los percentiles 25, 50 y 75 y se clasificó la actitud de los estudiantes con los siguientes puntajes:

ACTITUD	PUNTAJE
Muy favorable	76 a 100
Favorable	51 a 75
Desfavorable	26 a 50
Muy desfavorable	0 a 25

También para operacionalizar la variable actitud se consideraron las respuestas dadas al cuestionario aplicado al grupo cooperativo.

4. SUJETOS DE ESTUDIO.

La investigación se llevó a cabo con estudiantes del curso de Mat. 250a, de la carrera de Licenciatura en Administración de Empresas de la Facultad de Administración de Empresas y Contabilidad de la Universidad de Panamá en la Centro Regional de Coclé.

Se seleccionaron dos grupos de estudiantes ya formados (uno de 27 estudiantes del turno nocturno y otro de 26 estudiantes del turno diurno), matriculados en primer año, en el segundo semestre del año 2,001.

Estos dos grupos (completos) tienen en el I año de la carrera de Licenciatura en Administración de Empresas el curso de matemática General II – Mat.250, del cual se

tomó el tema: Inecuaciones en una variable de primer y segundo grado, para la investigación.

5. TÉCNICA E INSTRUMENTOS.

Se utilizan como instrumentos de medición para este trabajo dos pruebas escritas. Una se aplica al inicio y otra al final del período establecido para el mismo, el cual es igual en ambos grupos. Las dos pruebas fueron validadas con los grupos del año anterior (2000).

La primera prueba se aplica con la finalidad de verificar la equivalencia de ambos grupos en cuanto al nivel de conocimiento y la segunda para evaluar el rendimiento académico y determinar la validez de la hipótesis planteada. Las pruebas aplicadas tienen un valor de cien (100) puntos y son iguales para ambos grupos, con una duración de dos horas de clases.

Por otro lado, se aplica una encuesta para medir la actitud de los estudiantes hacia la matemática, su enseñanza y aprendizaje, que nos sirve para verificar también la equivalencia de ambos grupos en cuanto a la actitud.

Además, se utiliza el análisis de tipo descriptivo con la finalidad de describir la situación que se da con la aplicación del método cooperativo y ver si hay algunas ganancias de tipo socio afectivas expresadas en cambios de actitud, y así dar respuestas a las preguntas del problema. Para realizar ese análisis se aplica un cuestionario a los estudiantes del grupo experimental una vez finalizada la aplicación del método cooperativo.

El cuestionario para determinar las ganancias socio afectivas con el método cooperativo constaba de cinco (5) preguntas abiertas. (Véase el anexo N° 4).

6. DISEÑO DE INVESTIGACIÓN.

El diseño que se utilizó es un diseño cuasi experimental con control parcial: con prueba N°1 y prueba N°2 y grupos no seleccionados al azar.

La investigación se realizó guiada por el siguiente paradigma estadístico.

Diseño con Prueba N°1 y Prueba N°2 y Grupos Intactos			
	Prueba N°1	Tratamiento	Prueba N°2
G1	01		02
G2	03	X	04

Con G1: Grupo Control

G2: Grupo Experimental

Se seleccionaron grupos previamente formados a quienes se le administró una prueba N°1 que permitía comparar los puntajes medios y la desviación estándar para verificar su equivalencia inicial con respecto al rendimiento académico.

El grupo al que se le aplicó la acción X fue seleccionado al azar y no se le informó que era para una investigación; esto se hizo así con el propósito de disminuir los efectos reactivos de los procedimientos experimentales.

Luego de aplicar la acción X se administró una prueba N°2 a ambos grupos, para establecer si había diferencia en cuanto al rendimiento académico de dichos grupos.

El método estadístico que se utilizó estaba destinado a determinar las diferencias entre los grupos evaluados al aplicárseles métodos distintos.

Se utilizó la técnica de aplicación de la Prueba N°1 y Prueba N°2 en cada grupo y se elaboraron dos (2) cuadros de doble entrada con las frecuencias obtenidas en la Prueba N°1 y la Prueba N°2 del grupo control y del grupo experimental.

Se realizó un contraste de hipótesis de diferencia de medias a un nivel de significación de 0.05 ($p < 0.05$) para determinar si la diferencia era significativa.

7. PROCEDIMIENTO.

Para el logro de los objetivos propuestos se trabajó con los dos grupos equivalentes (experimental y control) a los cuales se les impartió el mismo tema, pero se les presentó con distintos tratamientos: con el método tradicional para el grupo control y el de aprendizaje cooperativo para el grupo experimental

Con la finalidad de comprobar la hipótesis planteada se consideró la calificación promedio de ambos grupos obtenidas en la pruebas, para evaluar el rendimiento académico de los estudiantes.

Para llevar a cabo este trabajo se procedió a través de las siguientes fases:

1. Selección de los sujetos.

- Se escogieron dos grupos de estudiantes de primer año de la Facultad de Administración de Empresas de la Universidad de Panamá, Centro Universitario de Coclé, siendo uno experimental, escogido al azar, y el otro el grupo control.

2. Selección de los contenidos a utilizar para la investigación.

- Se seleccionó el tema de investigación mencionado anteriormente.

3. Planificación de la clases.

- Se elaboró la programación analítica, para ambos grupos, que contemplaba seis (6) sesiones de dos horas cada una (Anexo I).

4. Elaboración de los instrumentos.

- Encuesta.

- Cuestionario.
- Pruebas diagnósticas, formativas y sumativas.
- Prácticas y guías de trabajo cooperativo.
- Coevaluación

5. Aplicación de la prueba N°1.

- Se aplicó la prueba N°1, a ambos grupos.
- Se calificó y se obtuvo el promedio de ambos grupos con la prueba N°1 (Anexo 2).

6. Aplicación de las encuestas (Anexo 3).

7. Desarrollo de las clases.

8. Aplicación del cuestionario al grupo cooperativo (Anexo 4).

9. Aplicación de la prueba N°2 (Anexo 5).

- Se aplicó la prueba N°2, a ambos grupos.
- Se calificó y se obtuvo el promedio de ambos grupos con la prueba N°2.

10. Obtención de resultados.

11. Análisis estadístico de los datos. Se utilizó la prueba t.

12. Análisis descriptivo.

En primer lugar se utilizó la estadística descriptiva para analizar los resultados y luego se utilizó la prueba estadística “t” para determinar si había diferencia significativa entre las calificaciones de los grupos con los cuales se realizaba el estudio.

Se usó para el análisis estadístico la prueba “t” ya que esta prueba nos permite evaluar si los grupos se diferencian entre sí de manera significativa respecto a sus medias.

Esta prueba se basa en una distribución poblacional de diferencia de medias conocida como la distribución “t” de Student.

Para todo el análisis estadístico de los datos se emplearon los programas Excel y Stata.

Finalmente se hicieron las interpretaciones, conclusiones y recomendaciones y se redactó la propuesta de capacitación.

7.1. APLICACIÓN DE LOS MÉTODOS DIDÁCTICOS.

MÉTODO TRADICIONAL.

En este punto se presenta la situación de aprendizaje para el grupo control, utilizando el método tradicional de enseñanza, se contemplan los objetivos generales y específicos, el contenido, las estrategias metodológicas y la evaluación(Anexo N°1). Además, se describe la aplicación del método.

El tema de Inecuaciones se subdividió en tres subtemas que son: Los intervalos en los números reales, las desigualdades y las inecuaciones.

Este método se implementó con el grupo diurno del primer año de la carrera de Licenciatura en Administración de Empresas, que estaba formado por veintiséis (26) estudiantes y se desarrolló el tema de inecuaciones durante tres (3) semanas de clases de cuatro (4) horas cada semana.

Iniciamos aplicando la prueba N°1 que fue la misma que se aplicó al grupo experimental, sobre conocimientos básicos. Seguidamente se les solicitó su colaboración para que llenaran la encuesta de actitud hacia la matemática, su enseñanza y aprendizaje.

Las clases se desarrollaron utilizando las técnicas de exposición y de clase de elaboración teórico-práctica.

El profesor hizo la exposición del tema que estaba dividido en tres (3) subtemas, resolviendo algunos ejemplos en el pizarrón para aclarar los conceptos y aplicaciones. Posteriormente, los alumnos resolvieron algunas prácticas de manera individual.

El profesor asignó tareas sobre los subtemas que fueron resueltas en la clase siguiente, en el pizarrón.

Durante estas prácticas los alumnos aventajados eran los que más participaban. La mayoría de los estudiantes sólo se limitaban a copiar los resultados.

MÉTODO DE APRENDIZAJE COOPERATIVO.

Se presenta aquí la situación de aprendizaje y la actividad docente que se desarrolló con el método de aprendizaje cooperativo. Además, se describe cómo fue aplicado el método.

Realizamos la planificación y organización de toda la actividad, de acuerdo a la técnica de aprendizaje en equipos (Student team learning, STL) de Slavin y colaboradores (citados por Díaz, 1998) específicamente la variante TAI: Team Assisted Individuation; los dieciocho (18) pasos y las estrategias propuestas por David y Roger Johnson (citados por Díaz, 1998), coordinadores del Centro de Aprendizaje Cooperativo de la Universidad de Minnesota que permiten estructurar el proceso de enseñanza con base en situaciones de aprendizaje cooperativo.

El tema de investigación se subdividió en los tres subtemas siguientes: Los intervalos en \mathbb{R} (números reales); las desigualdades y la resolución de inecuaciones.

Se contemplaron en la planificación y organización los siguientes aspectos: objetivos, contenido, actividades y evaluación para los tres subtemas planteados (Anexo1).

APLICACIÓN.

Presentamos seguidamente el procedimiento que se llevó a cabo para la aplicación del método de aprendizaje cooperativo.

El grupo experimental estaba formado por veintisiete (27) estudiantes del turno nocturno, de la carrera de Licenciatura en Administración de Empresas.

Para el desarrollo del tema se dispuso de cuatro (4) semanas de clases de cuatro (4) horas cada semana.

Se partió aplicando la prueba N°1 sobre conocimientos básicos necesarios para el tema a estudiar. Seguidamente se les pidió a los estudiantes su cooperación para contestar la encuesta de actitud hacia la matemática, su enseñanza y aprendizaje.

Una vez planteada la situación de aprendizaje se procedió a dialogar con los estudiantes de este grupo. Se les comunicó que implementaríamos un nuevo método de enseñanza y aprendizaje denominado “Método de Aprendizaje Cooperativo”, se les

explicó todo lo relacionado con el mismo y se les estimuló a participar con entusiasmo y responsabilidad en la nueva modalidad de enseñanza y aprendizaje que iban a iniciar.

Se informó a los alumnos que se iba a utilizar una técnica denominada Team Assisted Individuation (TAI) donde se combinaría la enseñanza individualizada con el trabajo cooperativo. El profesor trabajaría los subtemas de acuerdo a lo planificado en las actividades planteadas en la situación de aprendizaje, ellos realizarían las investigaciones, participarían en la discusión y harían las actividades individuales asignadas. Finalmente, se reunirían en grupos de trabajo cooperativo previamente designados, para aclarar conceptos, hacer ejercicios y resolver problemas del tema tratado.

Después de desarrollar los subtemas tal y como se había planificado en la primera parte de manera individualizada, se procedió a realizar el trabajo cooperativo.

Se había decidido que el tamaño de los grupos fuera de cinco (5) estudiantes, cada uno de los cuáles tendría su rol bien definido.

Los roles utilizados fueron:

- 1. Entrenador y Coordinador General:** Dirige, explica y corrige los errores de los compañeros.
- 2. Observador y Narrador:** Cuida que el grupo esté colaborando adecuadamente y da lectura a los documentos.

3. Inspector: Se asegura que todos los miembros del grupo comprendan el material tratado.

4. Investigador o Mensajero: Consigue los materiales que el grupo necesita y se comunica con los otros grupos y con el profesor.

5. Registrador: Escribe los resultados del grupo y entregará el informe al profesor.

El profesor ya conocía a los estudiantes y ellos se conocían entre sí desde el primer semestre académico, por ello inicialmente el profesor designó sólo al Coordinador General y Entrenador de cada grupo por ser el estudiante más capaz y sobresaliente para ayudar a los otros. Este estudiante era aventajado y obtuvo altas calificaciones en el curso del primer semestre, participaba activamente de manera oral y en el tablero resolviendo problemas y ejercicios, siempre formulaba preguntas y estaba dispuesto a participar en clase; es decir, se notaba con mucha seguridad en sí mismo y, sobre todo, tenía una gran capacidad de razonamiento en la solución de problemas y en la toma de decisiones. Se permitió que los demás se agruparan libremente de acuerdo con su afinidad e interés.

A cada estudiante se le explicó detalladamente el rol que desempeñaría y se les pidió a todos que lo asumieran con responsabilidad para el éxito del trabajo.

ACTIVIDADES PARA EL TRABAJO COOPERATIVO.

- Se colocaron las sillas del salón de clase en círculos para grupos de cinco estudiantes y a cada uno de ellos se le colocó una identificación con el rol que desempeñaría.

- Los grupos formados resultaron bastantes heterogéneos, con alumnos de nivel alto, medio y bajo en cuanto a rendimiento académico.
- Se le entregó una guía de trabajo cooperativo a cada estudiante que incluía: el sub-tema, objetivos, conocimientos previos requeridos, lista de materiales a utilizar, indicaciones generales y actividades a realizar (ver guía de trabajo cooperativo).
- Se entregó una hoja de coevaluación donde se contempla la valorización individual, la cooperación intergrupo y las conductas deseadas. (Ver Coevaluación).
- El profesor explicó a los grupos así formados la tarea académica que iban a realizar y los criterios del éxito; además, los exhortó a trabajar con entusiasmo en el desarrollo del trabajo.
- Los estimuló a confiar unos en otros, a comunicarse con cordialidad, a aceptarse y apoyarse mutuamente, se les dijo que el resultado final no era de uno solo, que dependería de todos, que en el grupo cooperativo todos eran importantes.
- Los estudiantes emprendieron sus trabajos mientras el profesor hacía sus observaciones sobre el desempeño del mismo.
- El profesor realizó el monitoreo de la conducta de los alumnos, proporcionando aclaraciones en relación al trabajo, respondiendo preguntas, aclarando dudas, aprovechando para enseñar habilidades de colaboración, ofreciendo retroinformación individual y grupal.

- Previamente se les había informado que debían ayudarse entre sí a resolver las actividades y problemas planteados y que podían pedir ayuda a los compañeros de otros grupos y/o al docente, y al terminar el trabajo grupal debían entregar un informe sobre el mismo, acompañado de la coevaluación individual, que debería estar firmada por sus otros compañeros de grupo.
- El profesor hacía preguntas al azar a algunos alumnos para verificar el aprendizaje; algunas veces se le pedía al narrador del grupo que describiera cómo estaban realizando el trabajo y qué logros tenían.
- Finalmente, el profesor recibía los informes y las coevaluaciones y daba una evaluación del avance del grupo, del aprendizaje de los alumnos (mediante prueba corta) y una valoración verbal de qué tan bien había funcionado cada grupo.

El tema “Inecuaciones” se subdividió en tres subtemas de donde resultaron tres trabajos cooperativos. En cada trabajo se utilizaron tres horas de clases.

Previamente se les había informado a los estudiantes que la evaluación incluiría aspectos cuantitativos y cualitativos del aprendizaje, que se haría una evaluación grupal del trabajo mediante la calificación de cada informe y además una evaluación del funcionamiento del grupo haciendo una reflexión entre el docente y los equipos de trabajo, además de la coevaluación hecha por cada uno.

La evaluación se aplicó de la siguiente manera:

1. Trabajo escrito o informe de grupo: 130 puntos, desglosados, así:
Trabajo cooperativo N°1. 50 puntos.
Trabajo cooperativo N°2. 30 puntos.
Trabajo cooperativo N°3. 50 puntos.
2. Tres coevaluaciones: 30 puntos (10 puntos cada una, individual).
3. Valoración por la conducta asumida dentro del grupo y el desempeño de su rol: 20 puntos (individual).

Los aspectos que se evaluaron fueron:

- Cumplió responsablemente con el rol asignado.
- Cooperó para el buen desenvolvimiento del grupo.
- Participó con respeto y cordialidad en las actividades.
- Apoyó y ayudó a sus compañeros cuando lo necesitaron.
- Manifestó interés en el desarrollo y aprendizaje del contenido de la guía.

El puntaje total fue de ciento ochenta (180) que equivalía al 10% de la ponderación de la nota final del semestre.

Finalmente se aplicó una prueba N°2 que tenía un valor de cien (100) puntos (individual).

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Presentamos en este capítulo los resultados obtenidos con el grupo control, los resultados obtenidos con el grupo experimental y la comparación de ambos resultados.

1. RESULTADOS CON EL GRUPO CONTROL.

- **Resultados de la encuesta.**

Se indican aquí los datos generales solicitados al grupo control, así como un cuadro que recoge los resultados de la actitud del alumno hacia la matemática.

CUADRO N°1: RESULTADOS DE LA ENCUESTA G. CONTROL.

❖ Tipo de Bachillerato	❖ Años de estudio cursados
<ul style="list-style-type: none"> • Ciencias : 1 • Comercio: 23 • Letras : 2 • Otros : 0 	<ul style="list-style-type: none"> • 13 años : 23 • 14 años : 2 • 15 años : 0 • 16 años : 1
❖ Sexo	❖ Trabaja
Femenino : 18 Masculino : 8	<ul style="list-style-type: none"> • Si : 2 • No : 24

CUADRO N° 2**VARIABLE: ACTITUD HACIA LA MATEMÁTICA. GRUPO CONTROL****NÚMEROS DE ITEMS = 20**

Valores Registrados	Frecuencia Absoluta	Valores Registrados	Frecuencia Absoluta
54	1	72	2
57	2	73	1
58	1	74	2
59	2	76	2
61	1	79	1
63	1	80	1
64	1	82	2
66	1	83	1
68	1	90	1
71	2		

Total: 26

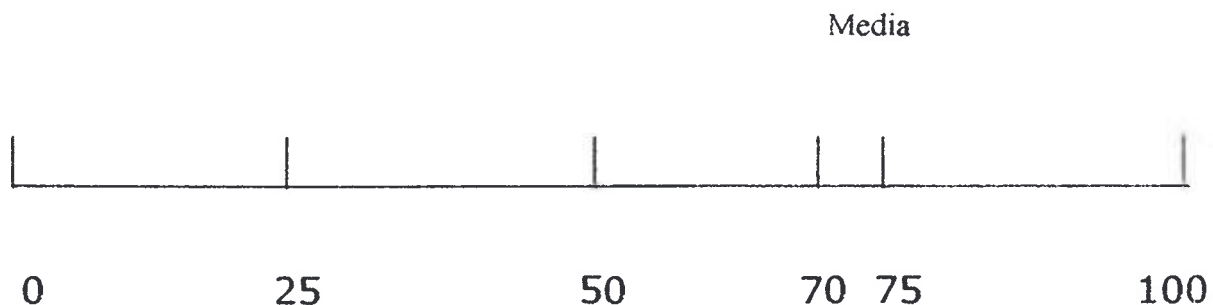
Máximo = 90

Mediana = 71

Mínimo = 54

Media \bar{x} = 70.04

INTERPRETACIÓN GRÁFICA



Como se puede observar en los resultados, la mayoría de los estudiantes posee el bachillerato en Comercio, tienen entre 13 y 14 años de estudio, son mujeres y no trabajan.

Además, de acuerdo a la escala descrita en el punto 5 del capítulo III, se tiene que el 100% de los alumnos presentan una actitud entre favorable y muy favorable hacia la matemática, lo que indica que este grupo tiene una buena actitud hacia la misma.

• Evaluación y medición del Rendimiento Académico.

Al grupo control se le aplicó una prueba N°1 que fue la misma que se aplicó al grupo experimental, sobre contenidos básicos necesarios para el tema de las inecuaciones.

Fue una prueba escrita de 100 puntos para ser resuelta en dos horas de clases y se aplicó a los veintiséis (26) estudiantes de este grupo en la fecha y hora prevista para tal fin. Los resultados se detallan a continuación:

CUADRO N° 3: RESULTADOS DE LA PRUEBA N°1 - GRUPO CONTROL

Valores Registrados	Frecuencia Absoluta	Valores Registrados	Frecuencia Absoluta
49	1	81	2
52	1	83	3
61	2	84	1
62	1	85	1
67	1	87	1
69	1	88	2
71	1	91	1
74	2	92	1
76	2	100	1
78	1		

$$N = 26$$

$$\sum x_i = 1996$$

$$\bar{x} = 76.77$$

Los resultados indican que el 50% de los alumnos obtuvo una calificación entre buena y excelente.

A este grupo se le aplicó posteriormente una Prueba N°2 que fue la misma que se aplicó al grupo experimental. Fue aplicada en la fecha y hora prevista con un valor de 100 puntos sobre el tema de inecuaciones. Los resultados son los siguientes:

CUADRO N° 4: RESULTADOS DE LA PRUEBA N°2 GRUPO CONTROL.

Valores Registrados	Frecuencia Absoluta	Valores Registrados	Frecuencia Absoluta
16	1	63	1
26	1	64	2
2	1	65	1
33	1	66	1
36	1	71	1
43	2	74	1
44	1	81	2
48	1	87	1
56	1	94	1
57	1	98	2
62	1	100	1

N = 26

$\sum x_i$ 1,602

$x = 61.62$

Estos resultados indican que sólo el 26.92% obtuvo una calificación entre buena y excelente lo que nos indica que el rendimiento académico de este grupo fue muy bajo.

2. RESULTADOS CON EL GRUPO EXPERIMENTAL.

- **Resultado de la Encuesta.**

A este grupo se le aplicó la misma encuesta que se le aplicó al grupo control. Se obtuvieron los siguiente resultados:

CUADRO N° 5: RESULTADOS DE LA ENCUESTA: GRUPO EXPERIMENTAL.

Tipos de Bachiller <ul style="list-style-type: none"> • Ciencias : 2 • Comercio : 25 • Letra : 0 	Años de estudios cursado <ul style="list-style-type: none"> • 13 años : 18 • 14 años : 7 • 15 años : 2 • 16 años : 0
Sexo <ul style="list-style-type: none"> • Femenino : 19 • Masculino : 8 	Trabaja <ul style="list-style-type: none"> • Si : 8 • No : 19

De acuerdo con estos resultados la mayoría de los estudiantes poseen el bachillerato en comercio, tienen entre 13 y 14 años de estudio, son mujeres y no trabajan.

CUADRO N° 6: VARIABLE: ACTITUD HACIA LA MATEMÁTICA.

GRUPO EXPERIMENTAL

NÚMERO DE ITEMS = 20

Valores Registrados	Frecuencia Absoluta	Valores Registrados	Frecuencia Absoluta
56	3	69	1
57	1	71	1
58	1	73	1
59	1	75	1
62	2	76	1
65	3	77	2
66	4	80	1
67	2	81	1
68	1		

Total : 27

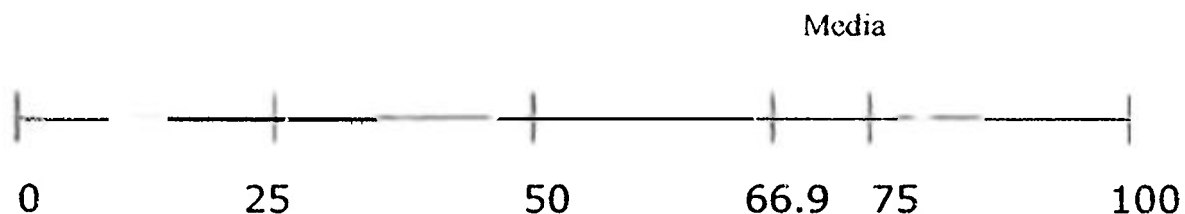
Máxima = 81

Mediana = 68

Mínimo = 56

Media = 66.9

INTERPRETACIÓN GRÁFICA



Si observamos estos resultados podemos decir que todos los estudiantes presentan una actitud entre favorable y muy favorable hacia la matemática, haciendo énfasis en que el 20% presenta una actitud muy favorable de acuerdo con la escala establecida en el punto 5 del capítulo III.

3. OBSERVACIONES Y RESULTADOS DEL CUESTIONARIO SOBRE EL DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES EN GRUPOS COOPERATIVOS.

El grupo al que se le aplicó el método de aprendizaje cooperativo ocupaba el aula 307, de la planta alta del edificio de la Administración de la Sede Universitaria de Coclé. El mismo tiene capacidad para aproximadamente 45 estudiantes lo que indica que tenía un tamaño adecuado para organizar los grupos cooperativos ya que el grupo experimental contaba sólo con 27 estudiantes.

El aula estaba bien iluminada y con aire acondicionado y contaba con un pupitre para el profesor y sillas individuales para los alumnos.

El grupo estaba formado por diecinueve (19) mujeres y ocho (8) hombres y asistían a clases en un horario nocturno de 5:30 p.m. dos días a la semana.

La mayoría de los alumnos son egresados del bachillerato en comercio con 13 y 14 años de estudio. Ocho (8) estudiantes trabajaban durante el día.

Antes de iniciar los trabajos en grupos los alumnos arreglaron el aula formando círculos para grupos de cinco (5).

Después que el profesor hizo las explicaciones sobre lo que se iba a hacer para aplicar el método cooperativo en los grupos, los alumnos se agruparon tal como se les había indicado y se mostraron interesados y deseosos de participar en los mismos.

Cuando iniciaron el trabajo, los alumnos conversaban entre sí para ponerse de acuerdo sobre cómo iban a realizar la actividad. Se observó que desde el inicio cada uno tenía claro el rol que le correspondía desempeñar; el narrador le dio lectura a las indicaciones de la guía y el mensajero buscó los materiales (hojas blancas, regla, etc.).

Durante el desarrollo de los trabajos los alumnos hicieron consultas al profesor y a sus compañeros. Se pudo observar que trabajaban de la forma que se les había indicado; aclaraban dudas y discutían desempeñando el rol que le correspondía a cada uno.

Además, cuando un estudiante no entendía algo los demás le explicaban con cordialidad, se ayudaban unos a otros y se notaba el interés en aprender el material asignado.

Trabajaron con entusiasmo y fueron responsables en la entrega de sus trabajos.

En las coevaluaciones de cada trabajo cooperativo donde se contemplaba la valoración individual y se les pedía comparar la conducta descrita con lo que realmente habían hecho durante el desarrollo del trabajo en grupos cooperativos, los alumnos respondieron Sí, con los siguientes resultados en porcentajes:

1. Cooperé de acuerdo a mi papel en el buen desenvolvimiento del grupo

.....

100%

2. Promoví un ambiente de cordialidad en las relaciones de los miembros del grupo..... 100%

3. Hice aportes considerables en el desarrollo del trabajo asignado.....

96%

4. Puse todo mi interés en el aprendizaje del contenido de la guía.....100%
5. Puse todo mi empeño para resolver los conflictos constructivamente.....
100%

Todas las coevaluaciones individuales registraban la firma de los otros compañeros de grupo cooperativo.

Al grupo experimental se le aplicó un cuestionario, después de finalizar los trabajos cooperativos, que tenía como finalidad determinar si se había logrado algún cambio de actitud en los estudiantes.

Después de analizar las respuestas dadas por los alumnos, éstas fueron clasificadas en categorías.

Presentamos a continuación los resultados.

¿Qué ventajas tiene para usted el estudiar y aprender en grupos cooperativos?

CÓDIGO	CATEGORÍA	FRECUENCIA
1	Todos trabajan y participan en el grupo ya que cada uno desempeña su rol con responsabilidades claras.	3
2	El estudiante se siente más libre y sin temor para expresar su opinión y sus dudas ya que hay más confianza de preguntar entre compañeros.	6
3	Se hace menos formal la clase y más dinámica y se convierte en un diálogo entre estudiantes apoyados por el profesor.	5
4	Permite que nos ayudemos unos a otros compartiendo nuestras ideas y conocimientos, aclarando dudas en un ambiente de cordialidad.	25
5	Se aprende más en conjunto con los demás compañeros ya que es difícil estudiar solo.	9
6	El éxito del grupo depende del éxito individual y de las relaciones que se mantienen con los compañeros y esto te obliga a ser más responsable, cooperador, amigable y respetuoso.	9

¿Qué desventajas tiene para usted el estudiar y aprender en grupos cooperativos?

CÓDIGO	CATEGORIAS	FRECUENCIA
1	Ninguna cuando el grupo tiene interés por aprender y colaborar todos por igual.	10
2	El desempeño individual afecta la calificación grupal, cuando se califica grupalmente.	3
3	El tiempo que tiene el grupo para reunirse, ya que sólo se cuenta con las horas de clases; hay compañeros que trabajan o viven lejos y no pueden reunirse fuera del aula.	6
4	Algunos, cuando faltan a clases, faltan a la reuniones de grupo y se atrasan	3
5	Si el profesor no monitorea al grupo algunos alumnos no trabajan.	8

¿ Qué opina del método cooperativo para la enseñanza y aprendizaje de la matemática ?

CODIGO	CATEGORÍAS	FRECUENCIA
1	Es más didáctico ya que la profesora explica (lo que es necesario) y luego afianzamos y aclaramos dudas mediante el trabajo cooperativo.	7
2	Es una buena forma de enseñanza, hace la materia interesante y es muy motivador.	5
3	La matemática no es nada fácil, tiene sus complicaciones pero con este método nos hacemos más responsables y así aprendemos más.	6
4	La matemática es importante en todos los campos de estudio y para aprenderla hay que tener interés y disposición y el método cooperativo lo promueve y estimula.	4
5	Sería bueno implementar el método cooperativo en más cursos de matemática.	5

¿Le gustó trabajar en grupos cooperativos?

Si 27 No 0

¿ Cree que aprendió más con el método cooperativo?

Si 27 No 0

De acuerdo con los resultados del cuestionario aplicado al grupo experimental que trabajó con el método cooperativo, podemos decir que el 92.6% considera que una de las ventajas es que el método les permite ayudarse unos a otros en un ambiente de cordialidad. Además, el 33.3% dice que se aprende más en conjunto con los demás compañeros.

Los resultados del cuestionario nos permiten afirmar que cuando se trabaja con el método de aprendizaje cooperativo los alumnos se sienten más libres, confiados y pierden el temor a preguntar. En un ambiente de cordialidad se ayudan unos a otros y aprenden a compartir, a ser respetuosos y a esforzarse para que el grupo tenga éxito.

Como desventaja, el 37% afirma que cuando el grupo tiene interés por aprender no hay ninguna. Sin embargo un 29.6% señala que es necesario que el profesor monitoree el grupo para que todos trabajen.

Los alumnos señalan como desventaja del método que, como no se tiene el hábito de trabajar en grupo, si el profesor no monitorea a los grupos, algunos alumnos no

trabajan. Además, indican que el tiempo que tienen para reunirse es una limitación ya que ellos sólo cuentan con las horas de clases, viven lejos y no pueden reunirse fuera del aula; sin embargo la mayoría afirma que cuando el grupo tiene interés por aprender no hay ninguna limitación.

Sobre el método en general, el 63% opina que es más didáctico, es una buena forma de enseñanza y que sería bueno implementarlo en más cursos.

Se observa en estos resultados que la mayoría de los alumnos está de acuerdo en que el método es más didáctico, que es una buena forma de enseñar ya que hace la materia más interesante y es muy motivador.

También, consideran que el método les permite tener más confianza en sí mismos y en la materia y que sería bueno implementar el mismo en más cursos de matemática.

Al 100% le gustó trabajar en grupos cooperativos y aseguran que aprendieron más con este método.

Como se observa, a todos los estudiantes les gustó trabajar en grupos cooperativos. Además, señalan que esto les obligó a ser más responsables, amigables y cooperadores lo que es indicativo de que sí se logra un cambio de actitud con la aplicación de este método.

EVALUACIÓN Y MEDICIÓN DEL RENDIMIENTO ACADÉMICO DEL GRUPO EXPERIMENTAL.

La prueba N° 1 se aplicó para verificar la equivalencia de los grupos control y experimental. Se aplicó en la fecha anunciada a los estudiantes, con una duración de dos horas de clases, un valor de 100 puntos y trataba sobre conocimientos básicos necesarios para el desarrollo del tema de las Inecuaciones.

Los resultados de la prueba N° 1, aplicada al grupo experimental, por estudiante aparecen en el siguiente cuadro:

CUADRO N° 7: RESULTADOS DE LA PRUEBA N°1. GRUPO EXPERIMENTAL

Puntajes obtenidos	Frecuencia Absoluta	Puntajes Obtenidos	Frecuencia Absoluta
38	1	75	3
47	1	78	1
54	1	79	1
55	1	81	2
58	1	82	2
63	1	84	1
65	1	86	1
67	1	89	1
69	1	93	1
73	2	97	1
74	1	98	1

N = 27

$$\sum x_i = 1,991$$

$$\bar{x} = 73.74$$

Los resultados indican que el 37.03% de los estudiantes obtienen calificaciones entre buena y excelente.

El instrumento que se utilizó para medir el rendimiento académico de los estudiantes del grupo experimental fue una prueba escrita de cien (100) puntos sobre el tema, “Inecuaciones lineales y cuadráticas” y fue la misma que se aplicó al Grupo Control.

Esta prueba N°2 fue aplicada en la fecha anunciada a los veintisiete (27) estudiantes del grupo experimental, con una duración de dos horas de clase.

CUADRO N° 8: RESULTADOS DE LA PRUEBA N° 2.**GRUPO EXPERIMENTAL**

Puntaje obtenido	Frecuencia Absoluta	Puntajes Obtenidos	Frecuencia Absoluta
29	1	83	1
44	1	84	1
45	1	85	2
52	1	86	1
53	1	88	1
61	2	91	1
64	2	94	1
67	2	95	1
68	1	97	1
76	1	100	2
81	1		
N = 27		$\sum x_2 = 2,001$	$\bar{x} = 74.11$

Notamos que con la aplicación del método cooperativo este grupo obtuvo mejores calificaciones en la prueba N° 2 que en la prueba N° 1 lo que indica que sí se logra elevar el rendimiento académico en matemática. Se observó que el 48% está entre bueno y excelente.

4. COMPARACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.

En este punto se realiza la comparación y el análisis de los resultados del estudio con ambos grupos (control y experimental). En primer lugar se hace un análisis descriptivo de los datos generales, de la actitud de los estudiantes hacia la matemática y de los resultados de la prueba N° 1 que nos permiten establecer la equivalencia de ambos grupos.

También se realiza un análisis descriptivo de los resultados del cuestionario de actitud hacia la matemática y hacia el trabajo cooperativo aplicado al grupo experimental, para determinar algún cambio de actitud con la aplicación del método de aprendizaje cooperativo.

Finalmente, se presenta el análisis estadístico de los resultados de la prueba N° 2 que nos permite verificar la hipótesis de investigación y así comprobar la efectividad del Método de Aprendizaje Cooperativo en los cursos de matemática.

CUADRO N° 9: COMPARACIÓN DE DATOS GENERALES

CATEGORÍAS	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	Frecuencia absoluta	Frecuencia Relativa	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa
SEXO				
• Femenino	18	69.2%	19	70.4%
• Masculino	8	30.8%	8	29.6%
BACHILLERATO:				
• Comercio	23	88.5%	25	92.6%
• Ciencias	1	3.8%	2	7.4%
• Letras	2	7.7%	0	0.0%
AÑOS DE ESTUDIOS				
CURSADOS				
• 13 años	23	88.5%	18	66.7%
• 14 años	2	7.7%	7	25.9%
• 15 años	0	0.0%	2	7.4%
• 16 años	1	3.8%	0	0.0%
TRABAJA				
• Si	2	7.7%	8	29.6%
• No	24	92.3%	19	70.4%
TOTALES	26	100.0%	27	100.0%

Como se puede observar en el cuadro N° 9, en cuanto al sexo de ambos grupos se tiene que el 69.2% (Grupo Control) y el 70.4% (Grupo Experimental) son del sexo femenino lo que quiere decir que en ambos grupos la mayoría son mujeres

En cuanto al tipo de bachillerato, el grupo control tiene un 88.5% de estudiantes egresados de Comercio y el grupo experimental un 92.6% de estudiantes egresados del mismo bachillerato. En base a estos datos podemos decir que la mayoría de los estudiantes de ambos grupos son egresados de Bachillerato en Comercio.

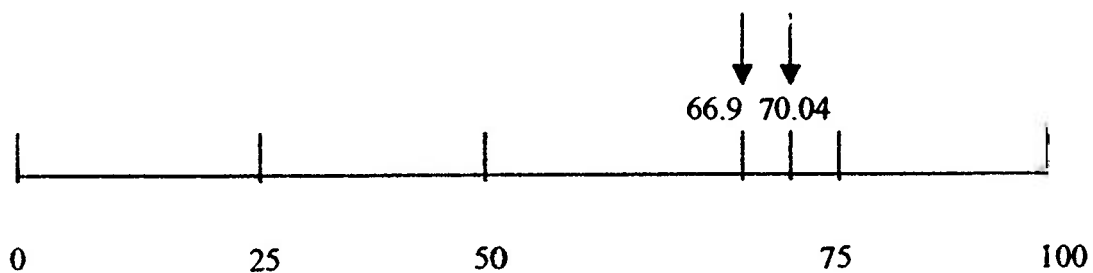
Los años de estudio de los estudiantes de ambos grupos oscilan entre 13 y 14. El grupo control tiene un 96.2% y en grupo experimental un 92.6%.

El porcentaje de estudiantes que trabajan en el grupo experimental está ligeramente por encima del grupo control, el primero tiene un 29.6% y el segundo un 7.7%, sin embargo se puede afirmar, según los datos, que la mayoría en ambos grupos no trabaja.

Tomando en consideración todos los datos podemos decir que ambos grupos son equivalentes en cuanto a los aspectos generales.

CUADRO N° 10: COMPARACIÓN DE ACTITUD HACIA LA MATEMÁTICA

VALORES REGISTRADOS	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	Frecuencia absoluta	Frecuencia Relativa	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa
55 o menos	1	3.85%	0	
56 – 60	5	19.23%	6	22.22%
61 – 65	3	11.54%	5	18.52%
66 – 70	2	7.69%	8	29.63%
71 – 75	7	26.92%	3	11.54%
76 – 80	4	15.38%	4	14.81%
81 – 85	3	11.54%	1	3.70%
86 – 90	1	3.85%	0	
TOTAL	26	100.0%	27	100.0%

Interpretación Gráfica

Media del Grupo Control: 70.04

Media del Grupo Experimental: 66.9

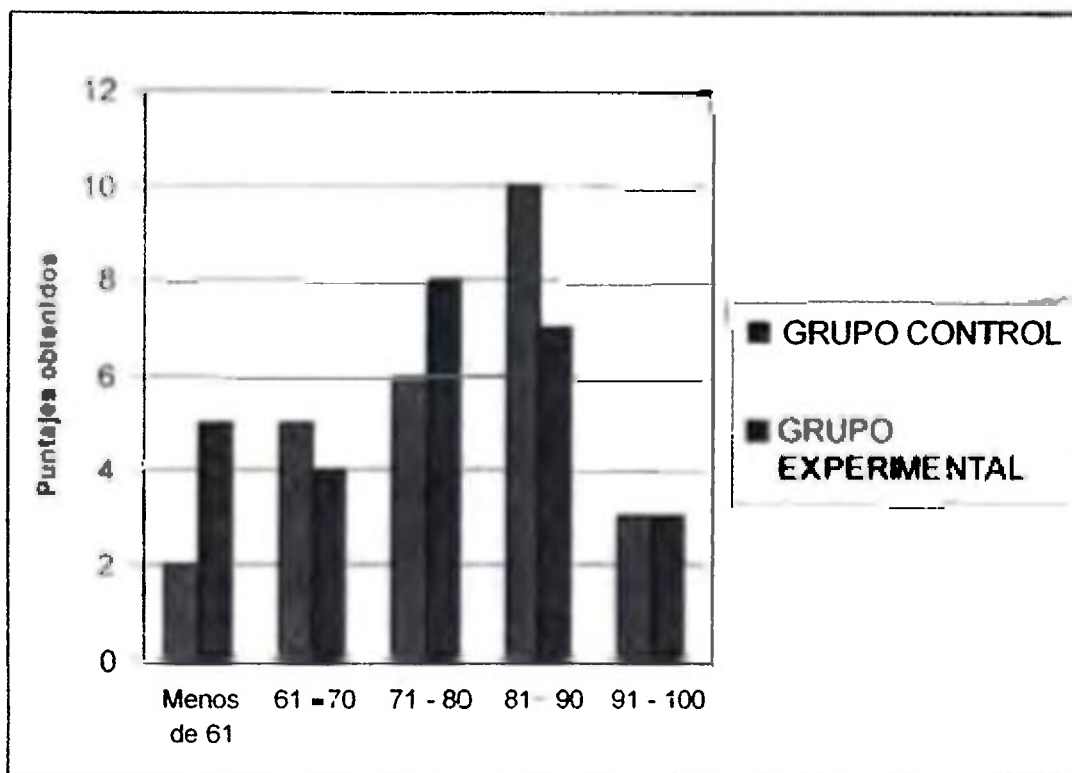
Al hacer el estudio comparativo entre los dos grupos, podemos señalar que ambos tienen una actitud, favorable hacia la matemática.

Este resultado indica que los grupos son equivalentes en cuanto a la actitud hacia la matemática.

CUADRO N° 11: CALIFICACIONES DE LA PRUEBA N°1

PUNTAJES OBTENIDOS	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	Frecuencia absoluta	Frecuencia Relativa	Frecuencia absoluta	Frecuencia Relativa
Menos de 61	2	7.7%	5	18.5%
61 – 70	5	19.2%	4	14.8%
71 – 80	6	23.1%	8	29.6%
81 – 90	10	38.5%	7	26.0%
91 – 100	3	11.5%	3	11.1%
TOTAL	26	100.0%	27	100.0%

GRÁFICA N° 1: CALIFICACIONES DE LA PRUEBA N° 1



Para hacer el análisis descriptivo de los resultados de la prueba N° 1, utilizamos el sistema de calificaciones de la Universidad de Panamá, ya que esta escala nos permite conocer el porcentaje de aprobados y reprobados en la prueba.

Como se observa en el cuadro N° 11 un alto porcentaje de estudiantes del grupo control (73%), aprobó la prueba N° 1, al igual que el grupo experimental que obtuvo un 67% de aprobación.

El porcentaje de alumnos que obtuvieron menos de 71 en el grupo control fue de 27% y en el experimental fue de 33%.

Los resultados descritos nos indican que en la prueba N° 1 el grupo experimental obtuvo un porcentaje de aprobación ligeramente menor que el grupo control; al igual que hubo más reprobados en el grupo experimental.

Para comprobar la equivalencia de ambos grupos se hizo el análisis estadístico de los datos, utilizando la suposición de normalidad y un nivel de significancia de 0.05. Los resultados se presentan en el cuadro N° 12.

CUADRO N° 12: PRUEBA t PARA LA PRUEBA N° 1

PRUEBA N° 1

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	GRUPO CONTROL	GRUPO EXPERIMENTAL
Media	76.76923077	73.74074074
Varianza	156.4246154	212.4301994
Observaciones	26	27
Varianza agrupada	184.9764818	
Diferencia hipotética de media	0	
Grados de libertad	51	
Estadístico t	0.810398282	
P(T≤t) una cola	0.210073842	
Valor crítico de t (una cola)	1.675284693	
P(T≤t) dos colas	0.42147684	
Valor crítico de t (dos colas)	2.007582225	

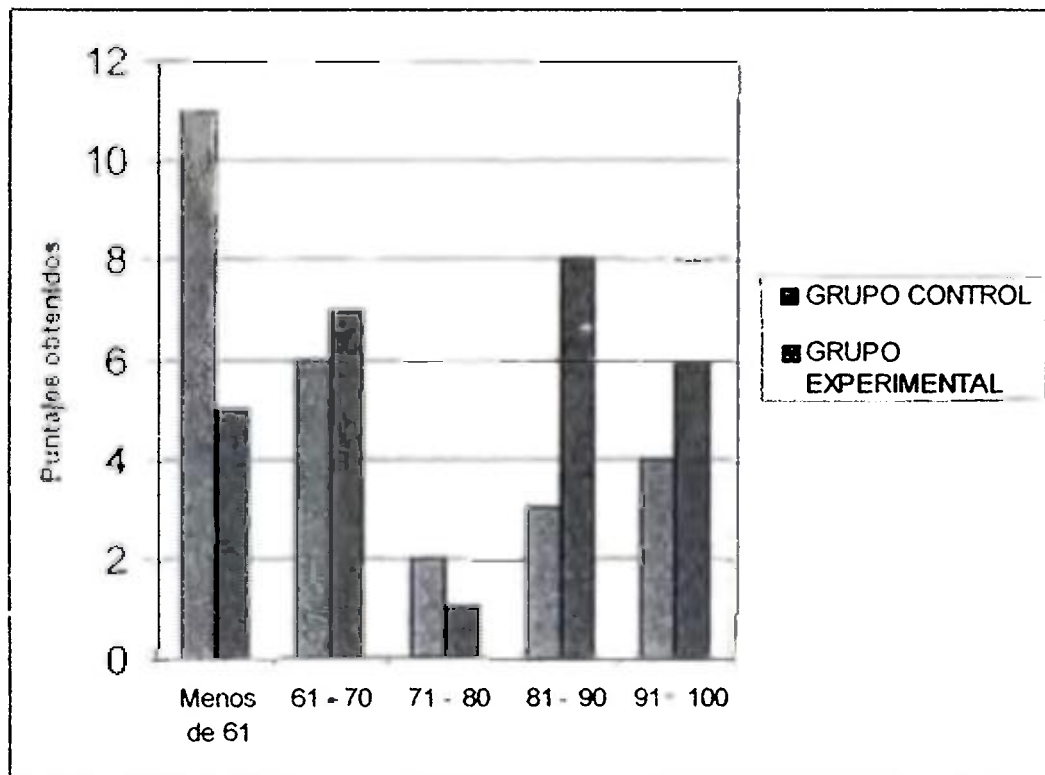
Como se observa en el cuadro N° 12, el análisis nos indica que podemos aceptar la hipótesis, que la diferencia entre las dos medias es cero (0), es decir que se acepta la hipótesis nula ($p > 0.05$).

Este resultado nos permite señalar que los dos grupos (control y experimental) eran grupos equivalentes al momento de aplicar la experiencia; ya que no existe diferencia estadísticamente significativa en el rendimiento académico de ambos grupos.

CUADRO N° 13: CALIFICACIONES DE LA PRUEBA N° 2

PUNTAJES OBTENIDOS	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	Frecuencia absoluta	Frecuencia Relativa	Frecuencia absoluta	Frecuencia Relativa
Menos de 61	11	42.3%	5	18.5%
61 – 70	6	23.1%	7	26.0%
71 – 80	2	7.7%	1	3.7%
81 – 90	3	11.5%	8	29.6%
91 - 100	4	15.4%	6	22.2%
TOTAL	26	100.0%	27	100.0%

GRAFICA N° 2: CALIFICACIONES DE LA PRUEBA N° 2



Al igual que en la prueba N° 1, se utilizó el sistema de calificaciones de la Universidad de Panamá para presentar los resultados, ya que esta escala nos permite hacer una descripción en cuanto a cantidad de aprobados y reprobados.

Los resultados indican que en el grupo experimental más del 50% obtuvo una calificación entre buena y excelente; sin embargo, el grupo control sólo obtuvo un 27% entre buena y excelente.

Además, se observa que el grupo experimental obtuvo sólo un 18.5% de reprobados mientras que el grupo control presenta el 42.3%.

El análisis descriptivo nos indica que los estudiantes del grupo experimental lograron mejores calificaciones que los del grupo control lo que nos permite señalar que el rendimiento académico en el primero fue más alto.

Presentamos el análisis estadístico de los resultados de esta prueba, en el cuadro N° 14.

CUADRO N° 14: PRUEBA t PARA LA PRUEBA N° 2

PRUEBA t PARA DOS MUESTRAS SUPONIENDO VARIANZAS IGUALES		
	GRUPO CONTROL	GRUPO EXPERIMENTAL
Media	61.61538462	74.11111111
Varianza	551.7661538	355.33333333
Observaciones	26	37
Varianza agrupada	451.6239316	
Diferencia hipotética de las medidas	0	
Grados de libertad	51	
Estadístico t	-2.13995016	
P (T ≤ t) una cola	0.018582309	
Valor crítico de t(una cola)	1.675284693	
P (T ≤ t) dos colas	0.037164619	
Valor crítico de t (dos colas)	2.007582225	

Los resultados obtenidos nos permiten señalar que:

- El análisis estadístico indica que usando la suposición de normalidad y un nivel de significancia de 0.05, no se puede aceptar la hipótesis de que la diferencia entre las dos medias es cero (0), es decir que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa, con $p < 0.05$.

- Tanto la comparación de resultados porcentuales así como el análisis estadístico confirman la validez de la hipótesis de investigación, es decir que sí existe diferencia estadísticamente significativa entre el rendimiento académico en matemática de los estudiantes que reciben su enseñanza con el método tradicional y los que la reciben con el método cooperativo. El rendimiento de los estudiantes con el método cooperativo es mayor que el de los estudiantes con el método tradicional.
- Aunque la matemática es una asignatura cuyo aprendizaje se le hace bastante difícil a los alumnos, con el método de aprendizaje cooperativo se pueden alcanzar logros significativos en cuanto al mismo.
- Los alumnos están cansados del método tradicional y manifiestan su satisfacción por la aplicación del método cooperativo, que según los resultados influye favorablemente tanto en el rendimiento académico como en el cambio de actitud.
- El método cooperativo influye en el rendimiento académico en matemática, ya que con él los alumnos de más bajo nivel académico, ayudados por sus compañeros, lograron buenos resultados en sus calificaciones y demostraron más comprensión del curso. Además, los alumnos que tenían más facilidad para acceder al conocimiento matemático, lograron reforzar el mismo, ya que obtuvieron altas calificaciones, lo que indica que se alcanzan ventajas académicas para todos los alumnos.
- Con la aplicación de este método se alcanzan ganancias expresadas en cambios de actitud tales como: interés por aprender la materia, se sentían complacidos con lo que estaban haciendo, manifestaban preocupación por sus compañeros, se

apoyaban mutuamente y, en general, se evidenció que a pesar de que en los resultados de la encuesta, la actitud de los alumnos hacia la materia era favorable, en su mayoría, con la aplicación del método cooperativo se logró cambiar ésta a muy favorable.

- Como la actitud de los alumnos es un factor considerado relevante en el proceso de aprendizaje, particularmente de la matemática, así como también las relaciones afectivas que se establecen entre los mismos, se resalta que con la aplicación del método cooperativo se logran reforzar dichas relaciones en aspectos tales como: desarrollo del espíritu cooperativo, aumento de la autoestima, aumenta la responsabilidad por su propio aprendizaje, control de impulsos agresivos y el trato con cordialidad y respeto compartiendo sus dudas y satisfacciones.
- Los alumnos en sus respuestas al cuestionario resaltan que este método hace la clase menos formal y más dinámica, hace la materia interesante, es muy motivador, estimula la cooperación, les da libertad, ya que no tienen temor de expresar su opinión y sus dudas entre compañeros, les permite compartir ideas y conocimientos en un ambiente cordial y, en general, opinan que es una buena forma de enseñanza.
- El aprendizaje de la matemática depende de la comprensión de las ideas y conceptos matemáticos. Por ello los alumnos deben tener la oportunidad de poner en conflicto esos conceptos e ideas, de discutir, de compartir, de aclarar dudas y es con el método cooperativo que esto se logra.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES

Con base en los resultados obtenidos citamos las siguientes conclusiones:

1. El proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el I año de la Licenciatura en Administración de Empresas de la Universidad de Panamá, Centro Regional Universitario de Coclé, se favorece con la aplicación del método de aprendizaje cooperativo lo que se evidencia en los resultados y en los análisis tanto descriptivos como estadísticos que se aplicaron.
2. Al comparar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática con el método tradicional y el de aprendizaje cooperativo, se obtienen diferencias estadísticamente significativas en cuanto al rendimiento académico. El método cooperativo permite alcanzar mejores rendimientos que el tradicional.
3. Cuando se utiliza el método tradicional los alumnos se muestran aburridos, con poco interés y sólo los más aventajados participan en la clase, en cambio con el método de aprendizaje cooperativo, todos trabajan y participan por igual y se obtienen enormes ventajas tanto en el aspecto cognoscitivo como en el afectivo.
4. Los valiosos aportes de Lev Vygotski sobre la interacción social, el uso de instrumentos como el lenguaje y de la mediación a través de la zona de

desarrollo próximo, se ponen de manifiesto en los logros obtenidos con la aplicación del método de aprendizaje cooperativo.

5. Con la aplicación del método cooperativo se estimula la comunicación, que es el proceso fundamental a través del cual se da la interacción social. Esta interacción entre los alumnos tiene un papel esencial para el aprendizaje de la matemática, ya que a través de ella ocurre la participación activa y cognitiva de los alumnos, lo que permite y estimula la construcción del conocimiento y, en particular, la comprensión de los conceptos matemáticos.
6. Como el aprendizaje de la matemática para algunos estudiantes es sumamente difícil, con la mediación de los compañeros más aventajados, el docente logra intervenir en la zona de desarrollo potencial de los mismos, para alcanzar aprendizajes significativos.
- 7 La actitud de los alumnos hacia la matemática antes de la aplicación del método cooperativo resultó favorable con un alto porcentaje y después fue muy favorable, lo que indica que los alumnos del primer año de la Licenciatura en Administración de Empresas poseen una actitud positiva hacia la misma, lo que nos estimula a seguir trabajando con entusiasmo para que ésta aumente cada día.

- 8 Como la educación en general y la educación matemática en particular, aspira no sólo al desarrollo del individuo en el aspecto cognoscitivo sino también a su formación integral, el método cooperativo constituye un elemento indispensable para lograr tal propósito, ya que mediante él se promueven comportamientos y actitudes que permiten profundizar y reforzar las relaciones sociales y estimular la formación de valores tan necesarios en este nuevo siglo. De este modo el método en mención resulta una alternativa didáctica para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

RECOMENDACIONES

1. Como docentes cuyo interés primordial es la formación integral de nuestros estudiantes, debemos ser conscientes del papel que tenemos como mediadores en su formación. Nuestra labor nos exige estar constantemente en la búsqueda de alternativas didácticas para este fin, ya que como señala Correa (1993), *“Somos arquitectos de la sociedad y por ende de nuestra cultura y civilización”*, por ello y por las numerosas ventajas que ofrece el método de aprendizaje cooperativo, se recomienda la aplicación del mismo en nuestra labor diaria.
2. Es importante resaltar que cuando se aplique el método, se debe tener mucho cuidado ya que no es suficiente con pedir a los alumnos que trabajen juntos; es necesario, para que sea efectivo, que el profesor tenga una preparación previa de todo el proceso y después organice el mismo a través de una preparación sistemática y cuidadosamente controlada sobre la que se realiza una labor de seguimiento.
3. También se debe señalar que cuando se aplica el método no se debe descuidar la atención individual que también es sumamente importante en el proceso de aprendizaje y además se debe tener especial cuidado con los alumnos buenos o aventajados ya que ellos son piezas fundamentales en este proceso. De ninguna manera se les puede desmejorar en cuanto a sus calificaciones. Por el contrario, se les deben dar estímulos para que cooperen con entusiasmo con sus compañeros.

4. Actualmente, en otros países se está utilizando el aprendizaje cooperativo, sin embargo en el nuestro, existen muy pocos trabajos al respecto y, desde luego, no se conoce mucho sobre el mismo, por ello es necesario que éste se promueva y se oriente a los docentes mediante seminarios, cursos y talleres.
5. Dado que en nuestras instituciones de enseñanza en general, se estimula mucho el aprendizaje competitivo sobre todo en matemática, el cual genera mucho estrés y traumas a los alumnos, se recomienda a las autoridades educativas que se considere el método de aprendizaje cooperativo para implementarlo en los diferentes Centros Educativos del país como una forma de ir cambiando el método tradicional.

PROPUESTA DE CAPACITACIÓN

En esta sección se presenta una propuesta de capacitación sobre el uso del Método de Aprendizaje Cooperativo en la enseñanza de la matemática.

Esta propuesta consiste en un programa de dos seminarios dirigidos a los docentes de matemática del nivel medio y superior.

1. Presentación.

El programa que se presenta aquí contempla la realización de dos seminarios cuyo diseño curricular estará a cargo de especialistas en el tema. Se plantean en esta propuesta los contenidos mínimos de cada uno de ellos, que serán desarrollados, por cada uno de los profesores facilitadores de los mismos.

El programa contiene aspectos generales, antecedentes, justificación, descripción, objetivos generales y específicos, contenido, desarrollo y evaluación.

3. Aspectos Generales.

3.1. Denominación: El método de Aprendizaje Cooperativo en la enseñanza de la matemática.

- 3.2. Unidad ejecutora: Escuela de Matemática del Centro Regional Universitario de Coclé.
- 3.3. Profesores responsables: Profesores de matemática con especialidad en docencia superior y psicólogos.
- 3.4. Participantes: Profesores de matemática.
- 3.5. Duración: 80 horas el programa y 40 horas cada seminario.
- 3.6. Modalidad: Semi- presencial.
- 3.7. Intensidad: El profesor responsable determinará la intensidad.
- 3.8. Costo: B/. 25.00 cada seminario .
- 3.9. Sede: Centro Regional Universitario de Coclé.
- 3.10. Certificación: Se entregará una certificación a todos los participantes.

4. Antecedentes.

Este programa tiene como antecedentes muchos resultados obtenidos a nivel internacional, que presentamos anteriormente en nuestro trabajo, sin embargo en nuestro país solo contamos con las ponencias sobre resultados de investigación que se presentaron en la Relme 14, realizada en Panamá en el año 2000. A nivel de nuestro Centro Universitario no se ha realizado nada sobre el tema.

5. Justificación.

Como se señaló en nuestro trabajo, la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, es un tema que preocupa a todos los que nos desempeñamos en la docencia de la misma.

Los resultados de la investigación indican que se hace necesario difundir y promover el uso del método de aprendizaje cooperativo para mejorar la enseñanza y el aprendizaje, en particular de la matemática.

Este método es una herramienta de enseñanza que en los últimos años ha cobrado vigencia y gran importancia. El mismo se sustenta en un enfoque humanista y con él se logra no sólo mejorar las relaciones y actitudes de los alumnos sino que además se mejora su rendimiento académico.

Por ello, a pesar de que hay muchos trabajos a nivel internacional, consideramos que en nuestro centro y en general en nuestro país, se requiere reforzar esta área de la didáctica, necesaria para el mejoramiento de la calidad de la enseñanza.

6. Descripción.

El programa propuesto está dividido en dos seminarios, de tal manera que en el primero se realicen actividades teóricas con estudio y trabajos individuales y grupales y en el segundo se realice un taller de aplicación.

En el primero se incluyen los fundamentos teóricos básicos que le permitirán al docente perfeccionar su ejercicio profesional mediante la aplicación creativa de los mismos, siguiendo la concepción constructivista social en que se fundamenta el aprendizaje cooperativo. En el segundo seminario se hace énfasis en el desarrollo de competencias profesionales mediante la realización de un taller sobre la aplicación del método.

Su desarrollo será utilizando la modalidad semi- presencial.

7. Objetivos.

7.1. Objetivos Generales:

- Promover el uso del método de aprendizaje cooperativo, proporcionando información, dando a conocer su importancia en la actualidad y su aplicación.
- Motivar al docente hacia una forma diferente de trabajar en el salón de clases mediante uso del aprendizaje cooperativo.

7.2. Objetivos Específicos:

- Proporcionar información sobre los fundamentos básicos y características sobresalientes del método de aprendizaje cooperativo.
- Aplicar las técnicas del método de aprendizaje cooperativo que orienten al docente en el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula de clases.
- Dar a conocer la importancia del uso del método de aprendizaje cooperativo como una alternativa didáctica que permita la construcción social del conocimiento y la formación integral de los alumnos.
- Inducir un cambio de actitud en el docente que favorezca una enseñanza de mayor calidad dirigida al desarrollo de las potencialidades de los jóvenes.

8. Contenido de los seminarios:

8.1. Seminario N° 1: Fundamentos Teóricos del Método de Aprendizaje Cooperativo.

Contenidos mínimos:

- Teorías básicas del aprendizaje.

- Corriente socio- cultural de Lev Vygotski.
- Procesos didácticos de enseñanza y aprendizaje.
- Métodos didácticos.
- Método de Aprendizaje Cooperativo.
- Antecedentes históricos.
- Tendencias actuales en la investigación del Aprendizaje Cooperativo y su importancia.
- Concepto de Trabajo Cooperativo.
- Características y componentes.
- Aprendizaje Cooperativo: un reto.
- Aprendizaje cooperativo y la enseñanza de la matemática.

8.2. Seminario N°2: Aplicación del método de aprendizaje cooperativo.

Contenidos mínimos:

- Actividad docente.
- Preparación y pasos a seguir.
- Estrategias de aplicación.
- Manejo de los grupos.
 - Tamaño y arreglo del aula.
 - Conformación de los grupos.
 - Rol de los alumnos.
 - Evaluación.

- Actividad del alumno.
- Rol de los grupos cooperativos.
- Elaboración del material didáctico.
- Diseño de guías de aprendizaje cooperativo.
- Aplicación del método utilizando un tema de matemática.

9. Organización y desarrollo del programa

9.1 Organización.

El programa será organizado por la comisión que designe la Escuela de Matemática del Centro Regional Universitario en Coclé, siguiendo los lineamientos generales establecidos en este trabajo.

9.2.Desarrollo.

El desarrollo del mismo estará a cargo de los especialistas seleccionados para este fin, quienes elaborarán su programación curricular.

- Desarrollo de los seminarios.

Cada seminario se realizará siguiendo la concepción constructivista social en que se fundamenta el aprendizaje cooperativo, poniendo énfasis en el desarrollo de

competencias profesionales, que favorezcan el ejercicio docente efectivo. Se hará uso de estrategias de revisión de aprendizajes previos, de formación de conceptos, de actividades estructurales, etc.

La modalidad de estos seminarios es semi- presencial, orientada por los facilitadores quienes pondrán a disposición de los participantes los materiales necesarios para su desarrollo, como guías de estudio, guías de trabajo cooperativo, hojas de autoevaluación y coevaluación así como el material informativo.

La evaluación será de tipo diagnóstica y formativa, incluyendo trabajos individuales y en su mayoría grupales haciendo uso del trabajo cooperativo. Se presentará un trabajo final de los participantes en el taller.

10. Evaluación del programa.

Este programa será evaluado por los profesores de la Escuela de Matemática de nuestra sede, conjuntamente con las autoridades para determinar su efectividad y darle difusión a otras instituciones de educación de nuestro país.

BIBLIOGRAFÍA.

- Batista, A. 2000. *Métodos, Técnicas y Estrategias Didácticas para mejorar la docencia en el nivel superior*. Programa de Capacitación en Didáctica de la Educación Superior. Universidad de Panamá. Panamá. República de Panamá
- Díaz, F. y Hernández, G. 1998. *Estrategias Docentes para un aprendizaje significativo*. McGraw Hill Interamericana Editores S.A. de C.V. México, D. F. México.
- POZO, J. I. 1996. *Teorías Cognitivas del Aprendizaje*. Ediciones Morata, S.L. Madrid, España.
- VYGOTSKI, L.S.1931. *Problemas del Desarrollo de la Psique*. Col. Aprend. Visor Dist. S.A. Madrid, España.

BIBLIOGRAFÍA

1. ARDILA, A. 1999. *El desarrollo de la Matemática Educativa en Panamá*. Conferencia presentada en el Tercer Congreso Nacional de Matemática. Universidad de Panamá. Panamá. República de Panamá.
2. BALDERAS, P. 1995. *Aprendizaje cooperativo con base en las representaciones que se logran en calculadoras de tipo avanzado*. Revista Educación Matemática. México. 7 (3).
3. BARBOSA, K. 2001. *¿Por qué las inecuaciones?* Ponencia presentada en la Décima quinta reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Buenos aires. Argentina.
4. BATISTA, A. 2000. *Métodos, técnicas y estrategias didácticas para mejorar la docencia en el nivel superior*. Prog. De Capacitación en Didáctica de la Educación Superior. Universidad de Panamá. Panamá. República de Panamá.
5. BRIONES, G. 1981. *La formación de problemas de investigación social*. Edic. Uniandes, Chile.
6. BRIONES, G. 1990. *Formación de Docentes en Investigación Educativa: La investigación en el aula y en la escuela*. Litografías Calidad LTDA, Bogotá. Colombia.
7. CADOCHÉ, L. y otros. 2001. *Aprendizaje Cooperativo en la universidad*. Ponencia presentada en la Décimo quinta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Argentina.
8. CAMPOS, N. 1996. *Guía práctica para la elaboración de monografías o trabajos de graduación*. Edit. Universitaria, Panamá, Rep. De Panamá.

9. CASTELNUOVO, E. 1970. *Didáctica de la Matemática Moderna*. Edit. Trillas, S.A., 1^{era} edición, México.
10. CORDERO, F. 1995. *El Pensamiento de la Matemática Avanzada en el Aprendizaje Cooperativo. Algunas Argumentaciones del Cálculo*. Ponencia presentada en Novena Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Mat. Educ. La Habana, Cuba.
11. CORREA, A. 1993. *Hacia la Excelencia en la Ens. de la Matemática*. Ponencia presentada en Tercer Congreso Nacional de Matemática Educativa, Univ. de Panamá, Panamá.
12. CHIVAS, F. 1992. *Creatividad + Dinámica de Grupo = ¡Eureka!*. Edit. Pueblo y Educación, La Habana, Cuba.
13. DÍAZ, F y HERNÁNDEZ, G. 1998. *Estrategias Docentes para un aprendizaje significativo*. Mc Graw-Hill Interamericana Editores S.A. de C.V. México.
14. DUBINSKI, E. 1996. *Aplicación de la Perspectiva Piagetiana a la Educación Matemática Universitaria*. Revista Educación Matemática. México.
15. FERNÁNDEZ, G. 2000. *El aprendizaje Cooperativo en la Enseñanza de los Números Enteros en el VIIº de la Premedia*. Tesis. Universidad de Panamá. Penonomé, Panamá..
16. FERNÁNDEZ, B. 2002. *Análisis del Rendimiento Académico de los Bachilleres en Comercio en los Cursos de Matemática de la Carrera de Licenciatura de Administración de Empresas*. Tesis. Universidad Especializada de las Américas. Panamá República de Panamá.

17. FLORES, Alfinio. 1996. *Acción, Comunicación y Reflexión: componentes esenciales para entender la matemática en Perspectivas en Educ. Mat.* Grupo Edit. Iberoamérica, S.A. México.
18. GATTEGNO, C. 1981. *La pedagogía de las Matemáticas.* Cuadernos de Educ. Matemática. Dept. de Mat. Fac. de Ciencias de la UNAM, México.
19. GODINO, J. 1994. *Hacia una Teoría de la Didáctica de la Matemática.* en Didáctica de la Matemática, Edit. Síntesis, Madrid, España.
20. GÓMEZ, B. 1994. *Las Matemáticas y el Proceso Educativo* en Didáctica de la Matemática, Edit. Síntesis, Madrid, España.
21. GÓMEZ, J. 1990. *El método experimental.* Harla, Harper y Row Latinoamericana, México.
22. GREPE, N. 1995. *Enseñanza efectiva de las matemáticas.* Sug. Didácticas. Grupo Edit. Iberoamericana. S.A. de C.V., México.
23. GUTIERREZ, A. 1990. *Didáctica de la Matemática.* Edit. Síntesis, Madrid España.
24. HERNÁNDEZ, S y otros. 1992. *Metodología de la Investigación.* Edit. McGraw Hill, México. D. F.
25. KILPATRICK, W. 1957. *La Función Social de la Escuela.* Edit. Lozada. Buenos Aires. Argentina.
26. KILPATRICK, J. y otros. 1994. *Educación Matemática.* Grupo Edit. Iberoamérica, Colombia.
27. OVEJERO, A y PASTOR, J. 1999. *Aprendizaje Cooperativo: un eficaz instrumento de trabajo en las escuelas multiculturales y multiétnicas del siglo*

- XXI Fac. de Psic., Univ. de Oviedo, España. <http://tasio@correo.uniovi.es>. www.Psico.uniovi.es/RE/PS/u1n1/art.7.html. Consultado el 6-2-03.
28. PÉREZ, Kathia. 2002. *La Actitud del Estudiante hacia la Matemática y su Influencia en el Aprendizaje*. Tesis. Universidad de Panamá, Penonomé, Panamá.
29. POZO, Juan I. 1996. *Teorías Cognitivas del Aprendizaje*. Ediciones Morata, S. L. Madrid, España. 4^{ta} edición.
30. QUINTERO, Ana Elvia. 1988. *Representación en la Enseñanza de la Matemática*. Edit. de la Univ. de Puerto Rico, Puerto Rico.
31. LEÓNTIEV, A.N. 1997. *Artículo de Introducción sobre la Labor Creadora de L.S. Vygotski en Vygotski*, Visor Dist., S.A., Madrid, España.
32. LOBATO, F. 1998. *Hacia una comprensión del Aprendizaje Cooperativo*. Instituto de Ciencias de la Educ. Univ. del País Vasco, España. www.uc.edu.es/deppe/contenidos/N4A3.html. Consultado el 6-2-03
33. MANCERA, E. 1998. *Errar es un placer*. Grupo Edit. Iberoamericana, S.A., de C.V. México.
34. MANCERA, E. 2000. *Saber matemáticas es saber resolver problemas*. Grupo Editorial Iberoamericana, S.A. de C.V. México.
35. MUÑOZ, A y ARCE, A. 2000. *La maduración para el aprendizaje de la matemática*. Ponencia presentada en la Décimo cuarta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Panamá
36. NARRO, A. 2000. *Las matemáticas en la carrera de Administración de la UAM-X*. Conferencia presentada en la Décimo cuarta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Panamá.

37. NOLE, J. 1999. *Enseñanza de la Matemática en el desarrollo del pensamiento*. Ponencia presentada en el Tercer Congreso Nacional de Matemática. Universidad de Panamá, Panamá.
38. RADFORD, L. 1999. *El aprendizaje del uso del signo en álgebra, una perspectiva post – vigotskiana*. Revista Educ. Matemática. México.
39. RAMOS, N. 1996. *Enseñanza de la Matemática: una alternativa*. Ponencia presentada en la Décima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de profesores e investigación. en Matemática Educativa. Puerto Rico.
40. SANTOS, Luz y SÁNCHEZ, Ernesto. 1996. *Perspectivas en Educación Matemática*. Grupo Edit. Iberoamericana, S.A. de C. V. México.
41. SKEMP, Richard R. 1993. *Psicología del Aprendizaje de las Matemáticas*. Edic. Morata, S.L. Madrid, España, 2^{da} edición.
42. SMITH, Richard. 1999. *Como ser un Gran Estudiante de Matemática*. International Thomson Edit., S.A. de C.V., México. 3^{ra} edición.
43. TORRES, P. 1995. *Las Investigaciones sobre Métodos de Enseñanza en Educ. Mat. Dentro y Fuera de Cuba*. Ponencia presentada en la Novena Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de profesores e investigación. en Matemática Educativa. La Habana, Cuba.
44. URSINI, S. 1996. *Una perspectiva social para la educación matemática. La influencia de la teoría de L. S. Vygotski*. Revista Educ. Mat. México.
45. VALDEMOROS, M. 1996. *Vygotski y su incidencia actual en la educación*. Revista Educ. Mat. México.

46. VYGOTSKI, L. S. 1934. *Problemas de la Psicología General*. Col. Aprendizaje. Visor Dist. S.A. Madrid, España.
47. VYGOTSKI, L.S. 1933. *Psicología Infantil* Col. Aprend. Visor Dist. S.A. Madrid, España.
48. VYGOTSKI, L.S. 1924 -34. *Problemas Teóricos y Metodológicos de la Psicología*. Col. Aprend. Visor Dist. S.A., 2^{da} edición Madrid, España.
49. VYGOTSKI, L.S. 1931. *Problemas del Desarrollo de la Psique* Col. Aprend. Visor. Dist. S.A. Madrid, España.
50. WALDEGG, Guillermina y otros: 1998. *Matemática en Contexto: Aprendizaje Matemático a Través de la Resolución de Problemas*. Grupo Edit. Iberoamérica S.A. de C.V. México.
51. WOOLFOLK, Anita E. 1999. *Psicología Educativa*. Prentice - Hall Hispanoamericana, S.A. México.

ANEXOS

ANEXO N° 1

PLANEAMIENTO

MÉTODO TRADICIONAL

El tema se denomina Inecuaciones en una variable de primero y segundo grado y se subdivide en tres subtemas que son: Los intervalos en \mathbb{R} , las desigualdades y las inecuaciones.

OBJETIVOS GENERALES:

1. Conocer y analizar los intervalos en \mathbb{R} (Reales).
2. Estudiar y analizar las desigualdades, su solución y representación.
3. Analizar el concepto de inecuación propiedades y gráfica.
4. Manejar las Inecuaciones en la resolución de problemas algebraicos.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Definir y clasificar los intervalos en \mathbb{R} .
2. Representar intervalos en la recta numérica.
3. Definir y clasificar las desigualdades.
4. Representar en la recta numérica el conjunto solución de una desigualdad.
5. Definir y clasificar las inecuaciones.
6. Resolver inecuaciones enteras y fraccionarias de primer grado con una variable.
7. Resolver inecuaciones cuadráticas con una variable.
8. Resolver inecuaciones cuadráticas del tipo $ax^2 + c \leq 0$, $a \neq 0$ y $ax^2 + c \geq 0$ y representar gráficamente.

CONTENIDO

1. Intervalos en \mathbb{R} .

- Clases, definición y notación
- Representación gráfica

2. Desigualdades

- Definición y Clasificación.
- Conjunto solución.
- Representación gráfica.

3. Inecuaciones.

- Inecuaciones y sus propiedades
- Inecuaciones enteras y fraccionarias en una variable.
- Inecuaciones cuadráticas en una variable.
- Inecuaciones cuadráticas en una variable del tipo $ax^2 + c \geq 0$; $ax^2 + c \leq 0$ con $a \neq 0$.
- Resolución de inecuaciones y su gráfica.

ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

TÉCNICAS	RECURSOS
<ul style="list-style-type: none">• Exposición dialogada	<ul style="list-style-type: none">• Tablero, tiza y borrador
<ul style="list-style-type: none">• Trabajo individual	<ul style="list-style-type: none">• Bibliografía recomendada
<ul style="list-style-type: none">• Tareas asignadas	<ul style="list-style-type: none">• Hojas cuadriculadas y regla
<ul style="list-style-type: none">• Resolución de problemas en el tablero y discusión	

EVALUACIÓN

Diagnóstica:

- Preguntas dirigidas.

Formativa:

- Prácticas individuales.
- Participación en el tablero.

Sumativa:

- Prueba escrita

PLANEAMIENTO

MÉTODO DE APRENDIZAJE COOPERATIVO.

TEMA:

Inecuaciones en una variable de primero y de segundo grado.

Subtema 1: Los Intervalos en R.

I. OBJETIVOS

1. Analizar el concepto de intervalo.
2. Clasificar los intervalos.
3. Definir las diferentes clases de intervalos.
4. Representar intervalos en la recta numérica.
5. Cooperar constructivamente en el desarrollo de las actividades.

II. CONTENIDO

1. Concepto de intervalo.
2. Clases de intervalos.
 - 2.1. Intervalos abiertos.
 - 2.2. Intervalos cerrados.
 - 2.3. Intervalos semi-abiertos.
 - 2.3.1. Intervalos semi-abiertos por la izquierda.
 - 2.3.2. Intervalos semi-abiertos por la derecha.
 - 2.4. Intervalos infinitos.
3. Definición y Notación.
4. Representación gráfica de intervalos en la recta numérica.

III. ACTIVIDADES

1. Investiga sobre el concepto de intervalo.
2. Participa en la discusión sobre el concepto de intervalo, con tus compañeros y tu profesor.
3. Participa en la exposición dialogada sobre la definición de las diferentes clases de intervalos con el profesor y tus compañeros.
4. Escucha la explicación del profesor acerca de la notación de las clases de intervalos.
5. Resuelve individualmente la actividad N°1.
6. Participa en la exposición dialogada con el profesor y tus compañeros sobre la representación gráfica de los intervalos.
7. Resuelve la actividad N°2 de manera individual.
8. Resuelve la Guía de Trabajo Cooperativo N°1 con tu grupo de trabajo.
9. Entrega el informe escrito (uno por grupo), más tu co-evaluación, al profesor.

IV. EVALUACIÓN

Diagnóstica:

- Comentarios de la investigación.
- Preguntas dirigidas.

Formativas:

- Prácticas individuales.

Sumativa:

- Guía de Trabajo Cooperativo N°1
- Coevaluación.
- Valoración individual.

ACTIVIDAD N° 1

I Clasifica los siguientes intervalos y descríbalos teóricamente

- | | |
|------------------|------------------------|
| 1. $(-3,3)$ | 6. $(-\infty, 5]$ |
| 2. $(-1,0]$ | 7. $(-\infty, 5)$ |
| 3. $[2,4]$ | 8. $(-\infty, \infty)$ |
| 4. $[5,6)$ | 9. $[0, \infty)$ |
| 5. $(0, \infty)$ | 10. $[-1,1]$ |

II. Expresa los intervalos anteriores en notación de conjunto.

III. Expresa los conjuntos en notación de intervalo.

1. $\{x/-4 < x < 4\}$
2. $\{x/-1 \leq x \leq 3\}$
3. $\{x/2 < x \leq 11\}$
4. $\{x/ x < -7\}$
5. $\{x/0 \leq x \leq 9\}$

Actividad N° 2

I. Representa gráficamente en la recta numérica los siguientes intervalos.

- | | |
|-----------------------|--------------------|
| 1. $-3 < x < 5$ | 6. $[5, +\infty)$ |
| 2. $2 \leq x \leq 6$ | 7. $[3.5, 7.1)$ |
| 3. $-4 \leq x \leq 0$ | 8. $(-\infty, -1]$ |
| 4. $x > 5$ | 9. $(-3, 3)$ |
| 5. $x \leq 2$ | 10. $(0, 1]$ |

GUÍA DE TRABAJO COOPERATIVO N° 1

TEMA: Los intervalos en \mathbb{R}

OBJETIVOS: Clasificar y representar intervalos en \mathbb{R}

CONOCIMIENTOS PREVIOS: Números reales y recta numérica.

MATERIALES: hojas blancas, regla, lápiz, pluma, borrador y material de estudio.

INDICACIONES GENERALES:

Para desarrollar este trabajo cooperativo #1, te presentamos las siguientes indicaciones generales.

1. Reúnete con tus compañeros de grupo de trabajo.
2. Colócate la identificación que indica tu función dentro del grupo.
3. Lee individualmente todas las actividades a realizar.
4. Discute con tus compañeros de grupo sobre la forma en que se organizarán para desarrollar el trabajo asignado.
5. Colabora de acuerdo a tu papel en el desarrollo del trabajo.
6. Cooperar y trabaja cordialmente con tus compañeros.
7. Una vez terminado el trabajo entrega un informe grupal al profesor.

ACTIVIDADES A REALIZAR: (50 pts)

I. Expresa los siguientes conjuntos en notación de intervalo y de conjuntos. (10 pts)

1. El conjunto de los números reales menores que 4.
2. El conjunto de los números reales mayores que (-2) y menores que 5.
3. El conjunto de los números reales mayores que (-6) .
4. El conjunto de los números reales comprendidos entre 0 y 1.
5. El conjunto de los números reales no negativos.

II. Expresa los siguientes conjuntos en notación de intervalo. (10ptos).

1. $\{x/x \in \mathbb{R} \ -5 \leq x < 5\}$

4. $\{x/x \in \mathbb{R}, -1/2 < x \leq 1/2\}$

2. $\{x/x \in \mathbb{R}, x > -7\}$

5. $\{x/x \in \mathbb{R}, x \geq 0\}$

3. $\{x/x \in \mathbb{R}, x < 3/5\}$

III. Expresa los intervalos siguientes en notación de conjunto. (10ptos).

1. $[-4, 4]$

2. $(-\infty, 21]$

3. $(1/5, 2)$

4. $(0, \infty)$

5. $(-\infty, 0)$

IV. Enuncie y represente gráficamente los siguientes intervalos.

1. $[-4, 0)$

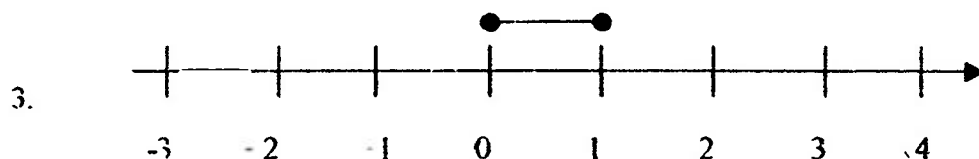
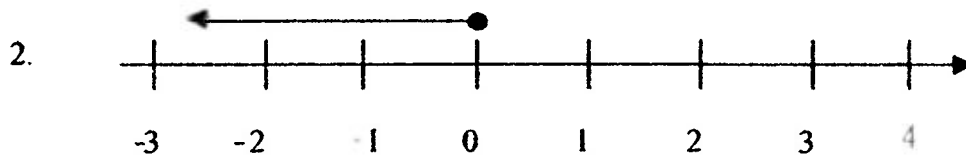
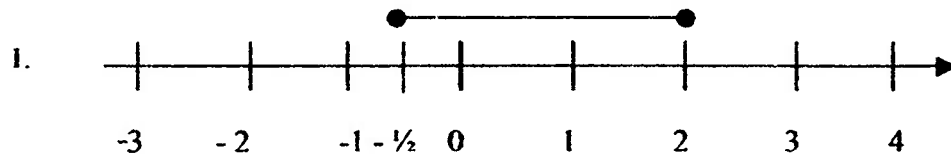
2. $\{x/x \in \mathbb{R}, x < 48\}$

3. $(-2/5, 1/5)$

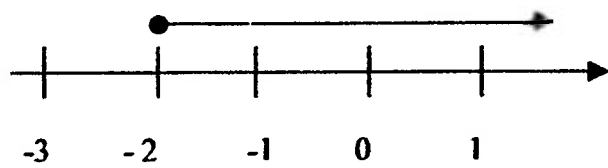
4. $\{x/x \in \mathbb{R}, 1/6 \leq x < 6\}$

5. $\{x/x \in \mathbb{R}, x \geq 7\}$

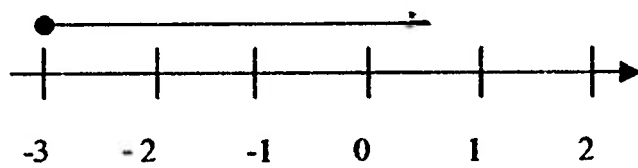
V. Dada la siguiente representación gráfica representa cada una en notación de intervalo. (10 pts.)



4.



5.



GRUPO COOPERATIVO N° 1
COEVALUACIÓN (10 puntos)

Curso: Mat.250-N.

Fecha: _____

Coloca una X debajo del Si o una X debajo del No, después de comparar la conducta descrita con lo que realmente hiciste, durante el desarrollo del trabajo cooperativo. Tu coevaluación debe ir firmada por tus compañeros de grupo y debe ir adjunta al informe.

HOJA DE CONTEO

Conducta a evaluar	Si	No
A. Coopere de acuerdo a mi papel en el buen desenvolvimiento del grupo.		
B. Promoví un ambiente de cordialidad en la relaciones de los miembros del grupo.		
C. Hice aportes considerables en el desarrollo del trabajo asignado.		
D. Puse todo mi interés en el aprendizaje del contenido de la guía.		
E. Puse todo mi empeño para resolver los conflictos constructivamente.		

Nombre: _____ Cédula: _____

A B C D E = Coevaluación + Informe = Total

_____ + _____ = _____

Firmas de los compañeros:

SUB-TEMA N° 2

LAS DESIGUALDADES

I. OBJETIVOS

1. Analizar el concepto de desigualdad.
2. Clasificar los diferentes tipos de desigualdades.
3. Definir cada uno de los tipos de desigualdades.
4. Analizar y definir el conjunto solución de una desigualdad.
5. Representar el recta numérica el conjunto de solución de una desigualdad.
6. Valorar la importancia de participar activamente en el desarrollo de las actividades.

II. CONTENIDO

1. Concepto de la desigualdad.
2. Clases de desigualdades.
 - 2.1 Desigualdad Absoluta o Idéntica.
 - 2.2 Desigualdad Condicional o Inecuación
3. Definición y ejemplos de las distintas clases de desigualdades.
4. Conjunto solución de una desigualdad.
5. Representación en la recta numérica.

III. ACTIVIDAD

1. Realiza una investigación sobre el tema de desigualdad.
2. Participa en la discusión sobre el tema de desigualdad con tus compañeros y tu profesor.
3. Participa en la exposición dialogada sobre las distintas clases de desigualdades, durante la clase.

4. Participa en la discusión con el profesor acerca de la definición de las distintas clases de desigualdades.
5. Menciona en clase algunos ejemplos de desigualdades.
6. Resuelve individualmente las actividad N° 1.
7. Investiga acerca del conjunto solución de una desigualdad.
8. Participa activamente en la discusión con tu profesor y compañeros acerca del conjunto solución de una desigualdad y su representación en la recta numérica.
9. Resuelve la actividad N° 2 de manera individual.
10. Resuelve la Guía de Trabajo Cooperativo N° 2 con tu grupo de trabajo.
11. Entrega informe escrito (uno por grupo) más tu coevaluación, al profesor.

IV. EVALUACIÓN

Diagnóstica:

- Comentarios de Investigación.
- Participación en la discusión.

Formativa:

- Prácticas individuales.

Sumativa:

- Guía de Trabajo Cooperativo N° 2.

ACTIVIDAD N° 1 - TEMA 2

I De las siguientes expresiones algebraicas selecciona las que sean desigualdades absolutas o idénticas y las desigualdades condicionales o inecuaciones.

1. $-6 < x + 5$

5. $x + 4 < 7$

2. $(7 - x)^2 > 7x$

6. $2x - 6 > 0$

3. $x^2 + 2 > 2$

7. $-x + 2 < 3$

4. $3x + 4 < 2$

8. $(x - 1) < (x + 2)^2$

Actividad N° 2

I Escribe el conjunto solución por extensión y comprensión y representa en la recta numérica cada una de las desigualdades siguientes:

1. $x + 3 < 5$

5. $x + 9 < 7$

2. $x - 2 > -3$

6. $x - 7 > 4$

3. $x - 1 < 3$

7. $x + 1 < 5$

4. $x + 2 > 1$

8. $x - 3 < 6$

GUÍA DE TRABAJO COOPERATIVO N° 2

TEMA: Las desigualdades

OBJETIVOS:- Clasificar las desigualdades.

- Determinar el conjunto solución de desigualdades.
- Representar la solución de las desigualdades en la recta numérica.

CONOCIMIENTO PREVIOS: Números reales, recta numérica y orden en R.

MATERIALES: Hojas blancas, regla, lápiz, pluma, borrador y material de estudio.

INDICACIONES GENERALES:

Para desarrollar este trabajo cooperativo #2, te presentamos las siguientes indicaciones generales.

1. Reúnete con tus compañeros de grupo de trabajo.
2. Colocate la identificación que indica tu función dentro del grupo.
3. Lee individualmente todas las actividades a realizar.
4. Discute con tus compañeros de grupo sobre la forma en que se organizarán para desarrollar el trabajo asignado.
5. Colabora de acuerdo con tu papel en el desarrollo del trabajo.
6. Cooperar y trabaja cordialmente con tus compañeros.
7. Esfuérzate por aprender el contenido de este trabajo asignado.

ACTIVIDADES A REALIZAR: (30 pts)

I. Clasifica las siguientes desigualdades. (10 pts)

1. $2x - 3 > x + 5$

2. $(x - 1)^2 \geq 0$

3. $10 + x^2 > 3$

4. $2x - 5/3 < x/3 + 10$

5. $\frac{x-3}{3} - \frac{4}{x+2} > \frac{x}{3}$

6. $x^2 + 2 > 2$

7. $3x + 4 < 2$

8. $1/2 x - 2/3 < 4$

II. Escribe el conjunto solución de las desigualdades siguientes, por extensión, por compresión y represéntalo en la recta numérica. (10 pts)

1. $x + 3 < 5$

2. $x - 3 > -1$

3. $x + 4 < 7$

4. $-x + 2 < 3$

5. $5 > x + 1$

III. Defina los siguientes conceptos.

1. Desigualdad

2. Desigualdad absoluta o idéntica

3. Desigualdad condicional o inecuación

4. Conjunto solución

GRUPO COOPERATIVO N° 2
COEVALUACIÓN (10 puntos)

Curso: Mat.250 -N.

Fecha: _____

Coloca una X debajo del Si o una X debajo del No, después de comparar la conducta descrita con lo que realmente hiciste, durante el desarrollo del trabajo cooperativo. Tu coevaluación debe ir firmada por tus otros compañeros de grupo y debe ir adjunta al informe.

HOJA DE COTEJO

Conducta a evaluar	Si	No
A. Coopere de acuerdo a mi papel en el buen desenvolvimiento del grupo.		
B. Promoví un ambiente de cordialidad en la relaciones de los miembros del grupo.		
C. Hice aportes considerables en el desarrollo del trabajo asignado.		
D. Puse todo mi interés en el aprendizaje del contenido de la guía.		
E. Puse todo mi empeño para resolver los conflictos constructivamente.		

Nombre: _____ Cédula: _____

A B C D E = Coevaluación + Informe = Total
 _____ = _____ + _____

Firmas de los compañeros:

SUB-TEMA 3

RESOLUCIÓN DE INECUACIONES

I. OBJETIVOS

1. Analizar el concepto de inecuación.
2. Enumerar las propiedades de las inecuaciones.
3. Distinguir las inecuaciones enteras, fraccionarias, cuadráticas y de doble sentido.
4. Resolver inecuaciones aplicando las propiedades conocidas.
5. Valorar la importancia de las inecuaciones para el estudio de temas posteriores.
6. Asumir con responsabilidad la tarea asignada.

II. CONTENIDO

1. Inecuaciones. Ejemplos.
2. Propiedades de las inecuaciones.
3. Inecuaciones enteras u fraccionarias en una variable.
4. Inecuaciones de doble sentido.
5. Inecuaciones cuadráticas en una variable.
 - 5.1 Inecuación cuadrática del tipo: $ax^2 + c \geq 0, a \neq 0$.
 - 5.2. Inecuación cuadrática del tipo: $ax^2 + c \leq 0, a \neq 0$.
6. Resolución de inecuaciones y su gráfica.

III. ACTIVIDADES

1. Participa en la exposición dialogada para analizar y definir inecuaciones.
2. Enuncia ejemplos de inecuaciones.
3. Analiza con tu profesor y compañeros las distintas propiedades de las inecuaciones.
4. Participa en la exposición dialogada con tu profesor y compañeros sobre las distintas clases de inecuaciones.

5. Resuelve la actividad N° 1, individualmente.
6. Analiza con tu profesor y compañeros la solución de inecuaciones enteras, fraccionarias, cuadráticas y de doble sentido.
7. Aplica las propiedades en la solución de inecuaciones propuestas por el profesor, resolviendo la actividad N° 2, individualmente.
8. Resuelve la Guía de Trabajo Cooperativo N° 3, con tu grupo de trabajo.
9. Entrega el informe escrito (uno por grupo) al profesor, más tu coevaluación.

IV. EVALUACIÓN

Diagnóstica:

- Preguntas orales.

Formativa:

- Prácticas individuales.

Sumativa:

- Guía de Trabajo Cooperativo N° 3
- Prueba escrita.

ACTIVIDAD N° 1

I. Aplica las propiedades en la solución de las inecuaciones siguientes.

- | | |
|----------------------|----------------------------|
| 1. $x - 2 < 3x$ | 5. $4x > 2x - 7$ |
| 2. $9x < 4 + 7x$ | 6. $3x + 4 > x - 2$ |
| 3. $2x - 1 > x + 2$ | 7. $x + 4 > 6$ |
| 4. $8x - 1 < 6x + 3$ | 8. $\frac{1}{2}x + 1 > -1$ |

II. Clasifica las inecuaciones en enteras, Fraccionarias, dobles y cuadráticas.

1. $x/2 - 2x + 2 < x + 4$

6. $x^2 - x - 2 < 0$

2. $-3x/4 > 2$

7. $5x - 7 > 3x + 2$

3. $3x - 4 + x/4 < 5x/2 + 2$

8. $11x - 5 < 7x - 2$

4. $x^2 < x + 1 < 6$

9. $x^2 - 4 > 0$

5. $2x < x + 1 < 6$

10. $-5 < 2x < -7x$

ACTIVIDAD N° 2

I. Resuelve las siguientes inecuaciones enteras y fraccionarias. Expresa tu respuestas mediante intervalos y gráfica.

1. $-3x/4 > 2$

2. $x/2 - 2x + 2 < x + 4$

3. $2(x + 3) > 3(x - 1) + 6$

4. $(x - 1)^2 - 7 > (x - 2)^2$

5. $\frac{x}{6} - \frac{(3x+2)}{3} < \frac{(x+2)}{2}$

6. $3x - 4 + \frac{x}{4} < \frac{5x}{2} + 2$

II. Resuelve las siguientes inecuaciones cuadráticas. Responde usando intervalos y gráficas.

1. $x^2 + 3x > -2$

2. $x^2 - x - 2 < 0$

3. $x^2 > x + 6$

4. $6x^2 < x + 2$

III. Resuelve las inecuaciones de doble sentido. Usa intervalos y gráficas para dar tu respuesta.

1. $-11 < 5 - 4x \leq 9$

2. $-3 \leq 3 - 2y < 7$

3. $-2 \leq \frac{5-3x}{4} \leq \frac{1}{2}$

4. $-1 \leq \frac{2x}{3} + 5 \leq 11$

GUÍA DE TRABAJO COOPERATIVO N° 3

TEMA: Resolución de Inecuaciones

OBJETIVO: Aplicar las propiedades de las desigualdad en la solución de inecuaciones.

Clasificar las inecuaciones en enteras, fraccionarias, dobles y cuadráticas.

Resolver inecuaciones enteras, fraccionarias, dobles y cuadráticas.

CONOCIMIENTOS PREVIOS: Números reales, recta numérica, orden en \mathbb{R} y desigualdades.

MATERIALES: Hoja blancas, regla, lápiz, pluma, borrador y material de estudio.

INDICACIONES GENERALES:

Para desarrollar este trabajo cooperativo N° 3, te presentamos las siguientes indicaciones generales.

1. Reúnete con tus compañeros de grupo de trabajo.
2. Colócate la identificación que indica tu función dentro del grupo.
3. Lee individualmente todas las actividades a realizar.
4. Discute con tus compañeros de grupo sobre la forma en que se organizarán para desarrollar el trabajo asignado.
5. Colabora de acuerdo a tu papel en el desarrollo del trabajo.
6. Cooperar y trabaja cordialmente con tus compañeros.
7. Esfuérzate por aprender el contenido de este trabajo asignado.

ACTIVIDADES A REALIZAR: (50 PTOS)

I. Aplicar las propiedades de las desigualdades en la solución de inecuaciones. (10 pts)

1. $9x < 4 + 7x$

2. $5x - 12 > 3x - 4$

3. $3x + 4 > x - 2$

4. $x - 3 > 5$

5. $1/2 + 3x > 3/4$

II. Clasifica las inecuaciones enteras, fraccionarias, dobles y cuadráticas. (10 pts).

1. $4 - 1/2x > -7 + x/4$

2. $4x \geq 2x - 7$

3. $3x - x \leq -4$

4. $-6 < (2-y) \leq 8$

III. Resuelve las siguientes inecuaciones enteras y fraccionarias.

Expresa tu respuesta mediante intervalos y gráficas. (10pts)

1. $\frac{x}{5} - \frac{(2x-1)}{3} > \frac{(x-3)}{3}$

2. $5x/6 - 1/3 < 2x/3 - 1$

3. $2x/3 + 1 > x + 1/2$

4. $5x - 7 > 3x + 2$

5. $\frac{x}{6} - \frac{(3x+2)}{3} \leq \frac{(x+2)}{2}$

IV. Resuelve las inecuaciones dobles siguientes y expresa la respuesta mediante intervalos y gráfica. (10 pts.)

1. $-4 < 5x + 6 \leq 21$

2. $-6 < 2/3 (2 - x) < 8$

3. $-3 < x/2 - 4 \leq 0$

ANEXO N° 4

INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN CUESTIONARIO

UNIVERSIDAD DE PANAMÁ – SEDE DE COCLÉ

Estimado estudiante:

Este cuestionario tiene como propósito conocer tu opinión sobre la aplicación del método cooperativo. Te agradezco desarrollar el mismo.

1. ¿Qué ventajas tiene para usted el estudiar y aprender en grupos cooperativos?
2. ¿Qué desventajas tiene para usted el estudiar y aprender en grupos cooperativos?
3. ¿Qué opina del método cooperativo para la enseñanza y aprendizaje de la matemática?
4. ¿Le gustó trabajar en grupos cooperativos?
5. ¿Cree que aprendió más con el método cooperativo?

ANEXO N° 5
PRUEBA N° 2 DE RENDIMIENTO ACADÉMICO APLICADA AL GRUPO
CONTROL Y AL GRUPO EXPERIMENTAL

UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ
PRUEBA PARCIAL – MAT 250.

Nombre: _____ Céd: _____

I. Exprese los conjuntos en notación de intervalos y represente cada uno gráficamente.

1) $\{x / x \in \mathbb{R} : -8 \leq x < 8\}$

2) $\{x / x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$

3) $\{x / x \in \mathbb{R} : -1/2 < x \leq 5/3\}$

4) $\{x / x \in \mathbb{R} : x < 3/5\}$

II. Resuelve las inecuaciones enteras y fraccionarias siguientes. Exprese su respuesta con intervalos y gráfica.

1) $\frac{x}{5} - \frac{2x-1}{3} > \frac{x-3}{3}$

2) $\frac{x}{6} - \frac{3x+2}{3} \leq \frac{x+2}{2}$

3) $5x - 12 \geq 3x - 4$

4) $4x \geq 2x - 7$

III. Resuelva las siguientes inecuaciones dobles. Exprese su respuesta mediante intervalo y gráfica.

1) $-4 < 5x + 6 \leq 21$

2) $-3 < 2x + 15 < 33$

3) $-3 < \frac{x}{2} - 4 \leq 0$

4) $-6 < \frac{2}{3}(2 - x) < 8$

IV. Resuelve las siguientes inecuaciones cuadráticas. Exprese su respuesta mediante intervalo y gráfica.

1) $x^2 + x \leq 12$

2) $3x^2 - 2 < x$

4. $-3 < 2x + 15 < 33$

5. $3 \geq \frac{(7-x)}{2} \geq 1$

V. Resuelve las siguientes inecuaciones cuadráticas. Expresa la Respuesta mediante intervalos y gráfica.(10ptos).

1. $x^2 + x \leq 12$

2. $3x^2 - 2 < x$

3. $2x^2 + 3x \geq 2$

4. $x^2 < 10 - 3x$

5. $x^2 \geq 9$

GRUPO COOPERATIVO N° 3
COEVALUACIÓN (1º puntos)

Curso: Mat.250 -N.

Fecha: _____

Coloca una X debajo del Si o una X debajo del No, después de comparar la conducta descrita con lo que realmente hiciste, durante el desarrollo del trabajo cooperativo. Tu coevaluación debe ir firmada por tus otros compañeros de grupo y debe ir adjunta al informe.

HOJA DE COTEJO

Conducta a evaluar	Si	No
A. Coopere de acuerdo a mi papel en el buen desenvolvimiento del grupo.		
B. Promoví un ambiente de cordialidad en la relaciones de los miembros del grupo.		
C. Hice aportes considerables en el desarrollo del trabajo asignado.		
D. Puse todo mi interés en el aprendizaje del contenido de la guía.		
E. Puse todo mi empeño para resolver los conflictos constructivamente.		

Nombre: _____ Cédula: _____

A B C D E - Coevaluación + Informe = Total
 _____ + _____ = _____

Firmas de los compañeros:

ANEXO N°2
PRUEBA N°1 DE RENDIMIENTO ACADÉMICO APLICADA AL GRUPO
CONTROL Y AL GRUPO EXPERIMENTAL

UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ
FACULTAD DE ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS Y CONTABILIDAD
CURSO: MATEMÁTICA A. E. – Mat. 250

Nombre: _____ Céd: _____

I. Resuelve las operaciones siguientes.

1) $(5)(-2/5)(7/3)(-9/14)$

2) $(5/-7)^3$

3) $3/4 - 5/8 + 7/12$

4) 0.224×0.302

5) $0.07 \div 0.0016$

II. Determina que número es mayor, en cada pareja.

1) $1/2$ y $-1/2$

4) -3 y 7

2) $3/4$ y $4/5$

5) $7/2$ y $3 \frac{1}{2}$

3) 0 y -4

III. Localiza sobre la recta numérica los siguientes puntos.

1) $3/4$

2) $8/7$

3) -5

4) $40/12$

5) $2/11$

6) $1/6$

7) $-13/4$

8) $1/2$

IV. Resuelve las ecuaciones siguientes.

1) $9x - 3 = 10 + 3$

2) $y - 1/2 = 2 - y - 6$

3) $7(4x - 15) - 6(8x + 4) = 0$

4) $3a - 1 = 2a + 3$

V. Mencione cinco de los conjuntos numéricos que conoce.

VI. Defina. Ecuación; números reales.

ANEXO N° 3
INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN (ENCUESTA)

UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
SEDE COCLÉ
Dr. BERNARDO LOMBARDO

Estimado estudiante:

Esta encuesta tiene como propósito conocer las actitudes que se tienen acerca de la matemática y para ello solicitamos tu apoyo y tu amabilidad en llenar la misma. Las afirmaciones que aparecen a continuación son opiniones con las que algunas personas están de acuerdo y otras en desacuerdo. Te agradezco que me digas que tan de acuerdo estás con cada una de estas opiniones, marcando una X en el número que corresponda a tu opinión.

Aspectos generales:

Bachillerato: _____

Años de escolaridad: _____

Trabaja: Si _____ No: _____

- La matemática es una materia muy importante.

5. Muy de acuerdo

3. Ni de acuerdo,

2. En desacuerdo

4. De acuerdo

ni en desacuerdo

1. Muy en desacuerdo

- La matemática es una materia muy fácil.

5. Muy de acuerdo

3. Ni de acuerdo,

2. En desacuerdo

4. De acuerdo

ni en desacuerdo

1. Muy en desacuerdo

- La matemática es para tu carrera muy útil.

5. Muy de acuerdo

3. Ni de acuerdo,

2. En desacuerdo

4. De acuerdo

ni en desacuerdo

1. Muy en desacuerdo

- La matemática es una materia agradable.

5. Muy de acuerdo

3. Ni de acuerdo,

2. En desacuerdo

4. De acuerdo

ni en desacuerdo

1. Muy en desacuerdo

- La matemática es una materia divertida.

5. Muy de acuerdo

3. Ni de acuerdo,

2. En desacuerdo

4. De acuerdo

ni en desacuerdo

1. Muy en desacuerdo

- Te gusta estudiar matemática.

5. Completamente verdadero

3. Ni falso, ni

2. Falso

4. Verdadero

verdadero

1. Completamente falso

- Te sientes bien en las clases de matemática.

5. Completamente verdadero	3. Ni falso, ni verdadero	2. Falso
4. Verdadero		1. Completamente falso

- Te gusta preguntar en clases cuando no entiendes matemática.

5. Completamente verdadero	3. Ni falso, ni verdadero	2. Falso
4. Verdadero		1. Completamente falso

- Eres bueno para las matemáticas.

5. Completamente verdadero	3. Ni falso, ni verdadero	2. Falso
4. Verdadero		1. Completamente falso

- Tienes buena comprensión en matemática.

5. Completamente verdadero	3. Ni falso, ni verdadero	2. Falso
4. Verdadero		1. Completamente falso

- Tienes buena memoria para las matemáticas.

5. Completamente verdadero	3. Ni falso, ni verdadero	2. Falso
4. Verdadero		1. Completamente falso

- Le tienes miedo al curso de matemática.

5. Completamente verdadero	3. Ni falso, ni verdadero	2. Falso
4. Verdadero		1. Completamente falso

- Careces de capacidad para las matemáticas.

5. Completamente verdadero	3. Ni falso, ni verdadero	2. Falso
4. Verdadero		1. Completamente falso

- Tienes poca habilidad para los cursos de matemática.

5. Completamente verdadero	3. Ni falso, ni verdadero	2. Falso
4. Verdadero		1. Completamente falso

- Te gusta trabajar en grupo en matemática.

5. Completamente verdadero	3. Ni falso, ni verdadero	2. Falso
4. Verdadero		1. Completamente falso

- Tienes la culpa de tus fracasos en matemática.

5. Completamente verdadero	3. Ni falso, ni verdadero	2. Falso
4. Verdadero		1. Completamente falso

- Tus compañeros te pueden ayudar a mejorar tu rendimiento en matemática.

5. Completamente verdadero	3. Ni falso, ni verdadero	2. Falso
4. Verdadero		1. Completamente falso

- Tienes buenas bases en cuanto a conocimiento para la matemática.

5. Completamente verdadero

3. Ni falso, ni
verdadero

2. Falso

4. Verdadero

1. Completamente falso

- La culpa de tus fracasos en matemática la tiene la asignatura.

5. Completamente verdadero

3. Ni falso, ni
verdadero

2. Falso

4. Verdadero

1. Completamente falso

- La culpa de tus fracasos en matemática la tiene la metodología del profesor.

5. Completamente verdadero

3. Ni falso, ni
verdadero

2. Falso

4. Verdadero

1. Completamente falso

- Te sientes seguro en los exámenes de matemática.

5. Completamente verdadero

3. Ni falso, ni
verdadero

2. Falso

4. Verdadero

1. Completamente falso